

Министерство науки и высшего образования РФ
Федеральное государственное
бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Тверской государственный университет»

На правах рукописи

Воронцова Елена Юрьевна

ФОРМА ИЗОХРОМ В КОНОСКОПИЧЕСКИХ КАРТИНАХ ОДНООСНЫХ
КРИСТАЛЛОВ ПРИ ПРОИЗВОЛЬНОЙ ВЗАИМНОЙ ОРИЕНТАЦИИ
НОРМАЛИ К ПОВЕРХНОСТИ И ОПТИЧЕСКОЙ ОСИ

Специальность 01.04.07 - физика конденсированного состояния

Диссертация на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:
к. ф.-м.н., доцент Колесников А.И.

Тверь 2018

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	4
Глава I. ЛИТЕРАТУРНЫЙ ОБЗОР	18
1.1. Метод коноскопии	18
1.2. Известные методы расчета формы изохром в коноскопических картинах одноосных и двуосных кристаллов.	47
1.3. Традиционные и новые применения коноскопии в науке и технике. ...	57
1.4. Оптические свойства одноосных кристаллов парателлурита, ниобата лития и SBN, как объектов для исследований методом коноскопии	60
Глава II. ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ.....	68
ВЫВОД УРАВНЕНИЯ ИЗОХРОМ В КОНОСКОПИЧЕСКИХ КАРТИНАХ ОДНООСНЫХ КРИСТАЛЛОВ.....	68
2.1. Вывод уравнения кривой, описываемой вектором необыкновенной волны на выходной поверхности плоскопараллельного элемента из одноосного кристалла при вращении падающего под постоянным углом на входную поверхность луча вокруг нормали	68
2.2. Вывод уравнения изохром в коноскопических картинах одноосных кристаллов.....	73
2.2.1. Расчет разности хода между обыкновенной и необыкновенной волнами	73
2.2.2. Получение уравнения изохром.....	73
2.3. Анализ уравнения изохром одноосного кристалла	77
Глава III. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ЧАСТЬ	95
3.1. Экспериментальная проверка уравнения изохром на монокристаллах парателлурита и ниобата лития	96

3.2. Наблюдения оптических аномалий в парателлурите и ниобате лития методом лазерной коноскопии	102
3.3. Следствия технического характера, вытекающие из уравнения изохром, и связанные с ними перспективы развития метода коноскопии	110
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	135
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.....	140

ВВЕДЕНИЕ

За последние два десятилетия заметно вырос интерес к давно применяющемуся, и, казалось бы, достаточно разработанному методу исследования оптически прозрачных кристаллов в сходящемся линейно-поляризованном свете – методу коноскопии. Это усилившееся внимание к коноскопии отражено в большом количестве зарубежных и отечественных публикаций [1–26], среди которых выделяются работы, посвященные ранее никогда не рассматривавшимся вопросам, связанным с новыми техническими приложениями метода, с его новым аппаратным оформлением, а также с усовершенствованием и развитием математического аппарата, описывающего вид коноскопических картин. В некоторых работах [2–9] рассматриваются даже такие тонкие аспекты метода, как влияние оптической активности на вид изохром одноосных и двуосных кристаллов. Практический интерес к методу обусловлен новыми возможностями его использования при исследованиях оптических дефектов в наноразмерных структурах [10], в минералогии [11–12], в голографии [13,14]. Коноскопия по-прежнему применяется в таких классических задачах, как определение категории кристалла (низшей или средней) и его оптического знака [15,16]. Метод имеет техническое применение в поляризационных компенсаторах и поляризационных интерферометрах [17]. Получаемые с помощью коноскопии экспериментальные данные об углах аномальной двуосности у одноосных кристаллов, позволяют рассчитывать механические напряжения, приводящих вследствие пьзооптического эффекта к искажениям оптической индикатрисы материала [18].

Однако наиболее важное практическое значение метода коноскопии, крайне редко обсуждаемое в научных публикациях, но использующееся во всех оптических лабораториях, на предприятиях, выпускающих оптические кристаллы и устройства на их основе, а также закрепленное в метрологии качества оптических кристаллов в ГОСТах, ТУ, международных стандартах ИСО, состоит в возможности обнаружения даже небольших оптических

неоднородностей в кристаллах путем анализа формы изохром – линий равной разности хода между обыкновенными и необыкновенными волнами – в коноскопических картинах [19,20]. Изогиры в виде сплошных темных областей на плоскости наблюдения являются менее информативными, закрывают часть изохром, и для их устранения даже применяются специальные методы [16]. Аномальная двуосность, а также отклонения всех видимых линий изохром от их теоретической формы свидетельствуют о крупных оптических аномалиях в масштабах большей части объема кристалла или всего кристалла. Мелкие изломы на изохроме или серии таких изломов на соседних изхромах (в случае таких аномалий как свили) соответствующие слабым, порядка $\lambda/50 - \lambda/10$, искажениям волновых фронтов, отчетливо наблюдаются и измеряются в коноскопических картинах кристаллов. Они позволяют выявлять, классифицировать оптические аномалии (ОА) и численно находить вариации показателей преломления, локализованные в малых объемах кристалла. В свою очередь, анализ оптических аномалий, выявляемых методом коноскопии, в принципе, позволяет вносить коррективы в технологии выращивания кристаллов с целью получения максимальной однородности материала. Таким образом, коноскопия является вполне современным, развивающимся, многофункциональным и весьма чувствительным методом диагностики. дефектоскопии и метрологии монокристаллов, применяемых в оптике.

Однако для правильной интерпретации вида коноскопических картин необходимы правильная физическая теория и соответствующий математический аппарат, позволяющие рассчитать форму изохромы любого порядка для любого кристалла с известными структурой, размерами, главными значениями показателей преломления и ориентацией взаимно-параллельных граней относительно оптической оси (осей). Между тем, тщательный анализ известных работ, связанных с коноскопией, позволяет уверенно утверждать, что метод нуждается и в развитии, и, в первую

очередь, в пересмотре устоявшихся некорректных положений и формул, до сих пор применяющихся при анализе коноскопических картин. Это особенно важно потому, что наблюдающиеся в последнее время технические усовершенствования метода (использование лазеров и светодиодов, цифровой видеотехники, компьютеров- для расчета вида картин изохром) в значительной степени бесполезны, если они сочетаются с неправильной теорией.

Например, каким образом экспериментатор, получивший с помощью самой современной техники коноскопическую картину теоретически одноосного кристалла, представленную на рисунке 1, должен интерпретировать форму изохром – судя по виду, кривых явно не второго порядка?

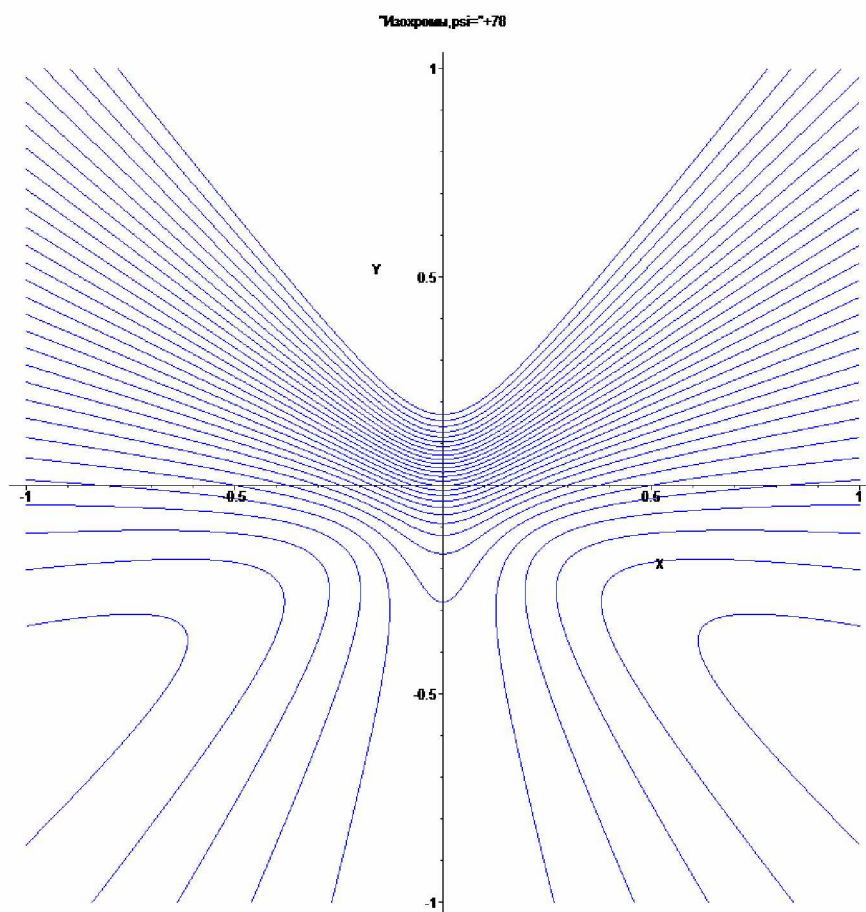


Рисунок 1. Изохроны в коноскопической картине одноосного кристалла, нормаль к граням которого составляет с оптической осью угол $\psi=78^\circ$

Если он обратится к солидным монографиям и учебным изданиям [15,18,20,21], то вынужден будет сделать вывод о том, что исследованный кристалл не является одноосным, поскольку, согласно указанным источникам, изохромами одноосного кристалла могут быть только кривые второго порядка – гиперболы, окружности и эллипсы (параболы не входят в это число). Не являются кривыми второго порядка и изохромы в полученных экспериментально коноскопических картинах одноосных кристаллов парателлурита, представленных на рис. 2, 3. На рисунке 2 изохромы только напоминают по форме эллипсы, но значительно ближе к овалам Кассини – кривым не второго, а четвертого порядка. На рисунке 3 показана коноскопическая картина элемента из кристалла парателлурита с уже иной ориентацией граней относительно оптической оси. На ней изохромы напоминают по форме кардиоиды – также кривые четвертого порядка.

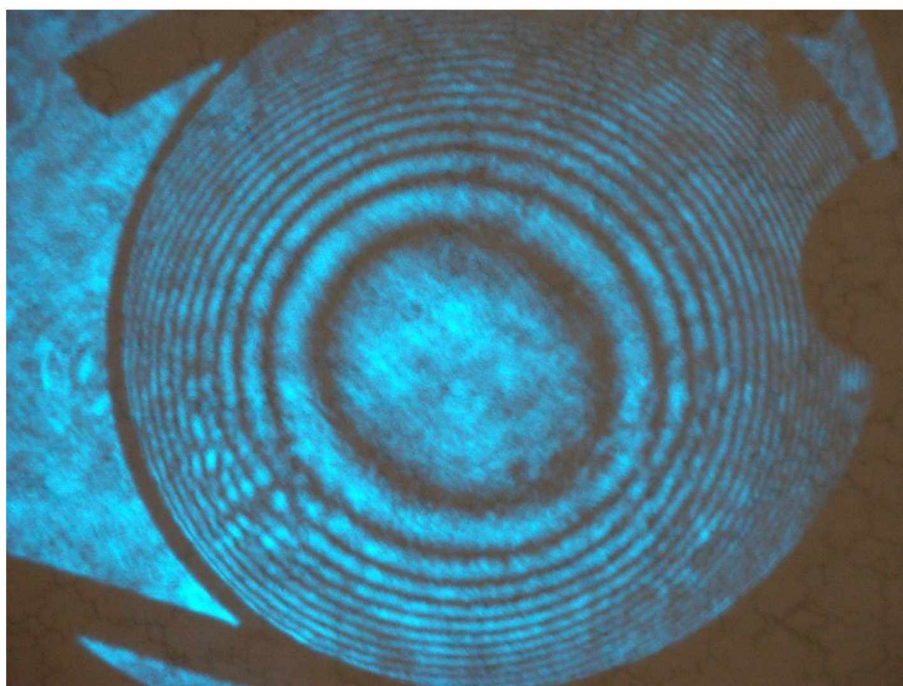


Рисунок 2. Изохромы в коноскопической картине кристалла парателлурита в виде кривых, напоминающих овалы Кассини

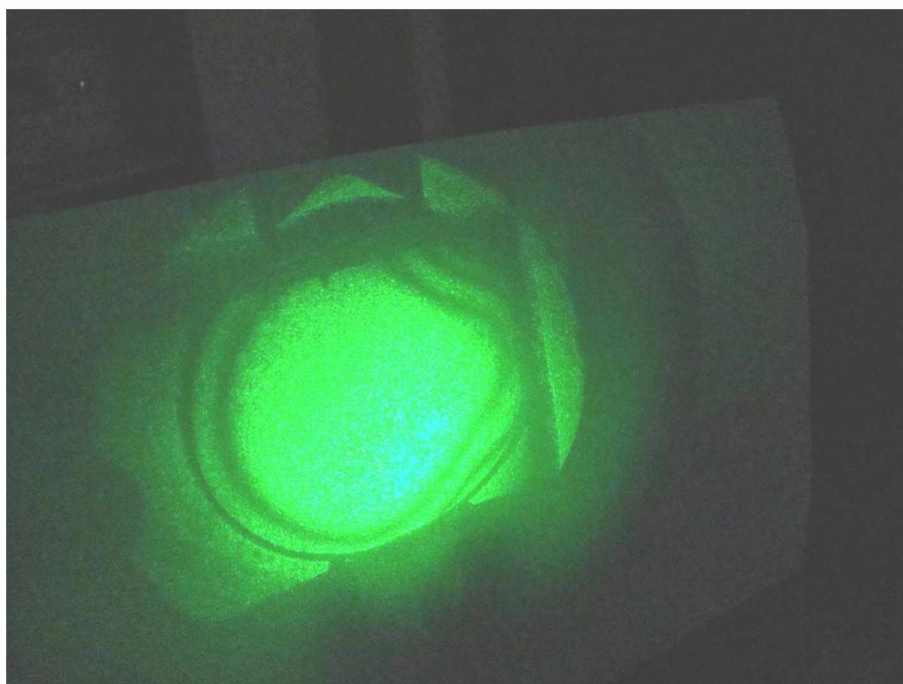


Рисунок 3. Изохромы в конскопической картине кристалла парателлурита в виде кривых, напоминающих кардиоиды

Кристаллы парателлурита (TeO_2) относятся к точечной группе симметрии 422 [22], являются тетрагональными, относятся к средней категории и, следовательно, теоретически должны быть оптически одноосными [15,16]. Во всех приведенных примерах (рисунки 1–3) отклонения формы изохром от плоских кривых, имеющих второй порядок, современная теория может трактовать единственным образом – в кристаллах с такими изохромами имеются грубые дефекты структуры и обусловленные ими механические напряжения, приводящие, вследствие пьезооптического эффекта, к искажениям оптической индикатрисы, т.е., в итоге, к изменениям показателей преломления. При этом естественно предполагать, что оптическое качество представленных кристаллов настолько низкое, что они полностью непригодны для использования в оптоэлектронных устройствах.

А между тем, конскопические картины на рисунках 2–3 получены на образцах, вырезанных из одного и того же кристалла парателлурита, чрезвычайно высокого оптического качества которого – большой

поляризационный контраст, высокая однородность показателей преломления, отсутствие свилей, а также высокая степень структурного совершенства – малая плотность дислокаций (примерно 10^3), исчезающе малые отклонения межплоскостных расстояний Δd_{hkl} , отсутствие двойников и блоков. Микропузырьков и других включений посторонних фаз – были заранее установлены различными другими физическими и физико-химическими методами.

Важно отметить, что в образце, вырезанном из этого кристалла ортогонально оптической оси, коноскопическая картина была идеальной и полностью соответствовала теоретической – изохромами являлись концентрическими окружностями, описанными вокруг точки выхода оптической оси на плоскость наблюдения. Что касается картины изохром, показанной на рисунке 1, то она соответствует уравнению, полученному в настоящей работе, согласно которому она так и должна выглядеть, поскольку для угла 78° между осью и нормалью к поверхностям данного кристалла. И в ней не должно быть ни одной изохромы – кривой второго порядка.

Необходимо иметь в виду еще одно обстоятельство, указывающее на большую практическую значимость создания корректной теории изохром в коноскопических картинах кристаллов, которая, как следует из приведенных выше примеров, фактически отсутствует даже для более простого случая одноосных кристаллов, не говоря уже о теории коноскопии двуосных кристаллов. Дело в том, что в большинстве акустооптических устройств материалом для СЗП (светозвукопроводов) служат различные одноосные кристаллы – кварц (SiO_2), парателлурит (TeO_2), ниобат лития (LiNbO_3), молибдат свинца (PbMoO_4). Геометрия СЗП для конкретных устройств определяется не только оптическими, но и акустическими свойствами кристаллов, главным образом, анизотропией скорости звука. И в большинстве случаев оптимальные ориентации граней светозвукопроводов не совпадают с кристаллографическими плоскостями, ортогональными или параллельными оптическим осям. Как правило, после отжига и

рентгеновской ориентации из кристаллов сразу же вырезаются, шлифуются и полируются светозвукопроводы с запланированной и рассчитанной геометрией (что диктуется требованием экономной раскройки материала). Поэтому на них изначально отсутствуют пары взаимно параллельных противоположных плоскостей, перпендикулярных или параллельных оптической оси. Тем не менее, для проверки однородности таких оптических элементов часто применяется метод коноскопии, для которого отсутствует корректная теория, позволяющая предсказывать вид изохром при углах между осью и нормалью к поверхностям, отличных от 0° и 90° . А поскольку для разработчиков акустооптических устройств основой для оценок соответствия вида изохром теоретическому до сих пор служат приближенные и не вполне корректные положения, то обнаружение в коноскопической картине изохром, не являющихся кривыми второго порядка может привести к ошибочному выводу о его низком оптическом качестве и к необоснованной отбраковке идеального, возможно, материала.

Помимо правильной интерпретации вида изохром, важным, и далеко не разработанным вопросом является вопрос об оптимальных технических параметрах оптической схемы для наблюдения коноскопических картин и о самых принципах наблюдения. Не случайно из книги в книгу в качестве иллюстраций попадают одни и те же коноскопические картины, полученные 70–100 лет тому-назад, а возможно, ещё с помощью дагерротипов – в девятнадцатом веке, например, картины в [15,16,23]. При этом, безусловно, необходимо отдать должное изобретательности, тщательности и искусству оптиков давних времен, поскольку их фотографии зачастую намного превосходят по качеству и информативности соответствующие изображения изохром и изогир, представленные в работах современных авторов [2,15,24,25,26,27]. Не говоря уже о том, что, как правило, и старинные, и самые последние изображения соответствуют самым тривиальным случаям – ось совпадает с нормалью к кристаллу, ось перпендикулярна нормали (в случае двусных кристаллов – ось совпадает с биссектрисой острого угла

между осями), число изохром, попадающих в изображения, не превышает 10–30 штук. А между тем, именно изохромы более высоких порядков, во-первых, наиболее чувствительны к оптическим аномалиям в кристаллах, и, во-вторых, они имеют формы, наиболее отличающиеся от форм, предписываемым современными устоявшимся теоретическими положениям.

Ограниченное число изохром в представленных в печати коноскопических картинах объясняется тем, что почти все они получены с помощью оптических поляризационных микроскопов. Такие микроскопы имеют недостаточно большую угловую апертуру, а их короткофокусные объективы не позволяют исследовать толстые, массивные плоскопараллельные образцы. Как показано в настоящей работе, сочетание малой угловой апертуры A с относительно малой толщиной кристалла h не обеспечивает попадания в плоскость коноскопической картины изохром высоких порядков.

Логичным способом преодоления данной ситуации (и уже появляются публикации об использовании такого способа [1,3,19]) является использование в качестве источников излучения лазеров, расширенные коллиматорами пучки которых – сходящиеся или расходящиеся – образуют после прохождения кристалла коноскопические картины на удаленных (лучше - полупрозрачных) экранах. При таком способе сами картины удобно рассматривать и фиксировать цифровой камерой, расположенной за полупрозрачным экраном соосно исходному лазерному пучку. Открывается возможность обработки и анализа цифровых изображений изохром при различных положениях кристалла, позволяющая получать информацию об оптической однородности материала практически во всем объеме.

Актуальными, таким образом, являются исследования, связанные как с теорией, так и техническими аспектами метода коноскопии. В настоящей работе основное внимание уделено коноскопии одноосных кристаллов, поскольку, как подчеркивалось выше, теория метода дана для этих кристаллов – значительно более простая, чем для двуосных, - остро нуждается в серьезной коррекции. Двуосность рассматривается только как

оптическая аномалия, в отношении которой, однако, методы, развитые в настоящей работе, также являются более совершенными и точными, чем использовавшиеся ранее. Полное решение задачи о форме изохром произвольных порядков для двуосных кристаллов без обычно применявшихся, причем существенно более грубых упрощений, чем для одноосных кристаллов, должно быть предметом дальнейших, достаточно трудоемких исследований.

В связи с неудовлетворительным состоянием и недостатками теории и техники коноскопии, а также с учетом открывающихся новых приложений метода, в настоящей работе были определены следующие цели и необходимые для их достижения задачи:

Цель работы состояла в выводе без приближений уравнения изохром в коноскопической картине одноосного кристалла для самого общего случая произвольной взаимной ориентации оптической оси и нормали к кристаллу, а также в экспериментальной проверке полученных соотношений и разработке методов поиска и классификации оптических аномалий в кристалле и расчета их параметров с помощью метода коноскопии.

Задачами, поставленными для достижения цели диссертационной работы, являлись:

- Разработка способа вывода уравнения изохром одноосных кристаллов без применявшихся ранее приближений.
- Вывод уравнения кривой, описываемой вектором необыкновенной волны на выходной поверхности плоскопараллельного одноосного кристалла при вращении вокруг нормали к кристаллу луча, падающего на входную поверхность под постоянным углом.
- Анализ полученного уравнения изохром одноосных кристаллов и установление зависимостей вида коноскопических картин от параметров кристалла и особенностей оптической схемы для наблюдения изохром.
- Экспериментальная проверка выведенных уравнений на специально изготовленных оптических элементах из одноосных кристаллов

парателлурита и ниобата лития со специальными, ранее не применявшимися ориентациями взаимно параллельных граней.

- Получение коноскопических картин кристаллов с оптическими аномалиями и расчет параметров оптических аномалий.
- Выработка технических рекомендаций по использованию метода лазерной коноскопии для анализа оптической однородности одноосных кристаллов.

Научная новизна

- Впервые без ранее применявшихся приближений выведено уравнение изохром в коноскопических картинах одноосных кристаллов.
- Впервые получены данные об истинной форме изохром одноосных кристаллов при произвольных ориентациях нормали к поверхностям относительно оптической оси.
- Предсказываемые теоретически изохромы в виде кривых выше второго порядка подтверждены экспериментально и зафиксированы в коноскопических картинах одноосных кристаллов.
- Методом лазерной коноскопии исследованы оптические аномалии в монокристаллах парателлурита и ниобата лития – вариации показателей преломления, свили, аномальная двуосность.

Практическая и теоретическая значимость

Метод лазерной коноскопии прошел испытания при тестировании оптического качества элементов, изготовленных из монокристаллов парателлурита и ниобата лития и предназначенных для акустооптических устройств. Элементы из одноосных кристаллов, прошедшие коноскопические исследования, использованы в качестве светозвукопроводов в действующих современных устройствах – АОД (акустооптических дефлекторах лазерного излучения), АОМ (акустооптических модуляторах), АОПФ (акустооптических электронно-

перестраиваемых фильтрах излучений и изображений), АОДЛ (акустооптических адаптивных дисперсионных линий задержки, предназначенных для сжатия и корреляции ультракоротких импульсов фемтосекундных лазеров).

Разработанный метод позволяет проводить экспресс-анализ оптической однородности не только партий элементов, но и крупногабаритных (до десятков сантиметров) монокристаллических буль. При этом в них выявляются такие оптические аномалии как локальные вариации показателей преломления, свили, аномальная двуосность.

Испытанный в работе метод лазерной коноскопии, основанный на полученном уравнении изохром, перспективен при решении таких задач как метрология оптической однородности, выявление оптических аномалий и механических напряжений в кристаллах, контроль параллельности плоскостей оптических элементов из кристаллов, а также изучение влияния различных физических воздействий на оптические параметры одноосных кристаллов в режиме реального времени.

Методология и методы исследований

При теоретических исследованиях, связанных с выводом точного уравнения изохром в коноскопических картинах одноосных кристаллов, использовано основное уравнение кристаллооптики – уравнение Френеля, записанное через направляющие косинусы падающей и двух преломленных волн, а также оптической оси и нормали к двум взаимно-параллельным поверхностям кристалла. Далее в теоретической части работы использованы методы преобразования координат при переносах и поворотах вокруг осей исходной системы координат, а также геометрическая схема хода обыкновенного и необыкновенного лучей через кристалл и проекционную систему до экрана, находящегося в фокальной плоскости. В экспериментальных исследованиях коноскопических картин одноосных монокристаллов парателлурита и ниобата лития применялись как традиционная поляризационная микроскопия, так и методика, при которой в

качестве источников излучения применялись непрерывные лазеры видимого диапазона. При анализе формы изохром, изображения которых на полупрозрачном экране фиксировались цифровой видеокамерой, применялась компьютерная программа, позволяющая получать информацию об оптической однородности, свильности, механических напряжениях, клиновидности и аномальной двуосности кристаллов.

Научные положения и результаты, выносимые на защиту

- Решение уравнения изохром в коноскопических картинах одноосных кристаллов восьмого порядка показало, что изохромы одноосных кристаллов являются плоскими кривыми второго порядка – окружностями – только в случае совпадения нормали к поверхностям с оптической осью кристалла. Изохромы одноосных кристаллов являются кривыми четвертого порядка в единственном случае, когда нормаль к поверхностям ортогональна оптической оси. Во всех остальных случаях, когда нормаль и оптическая ось не совпадают и не ортогональны, изохромами одноосных кристаллов являются плоские кривые восьмого порядка.
- Полученное уравнение изохром позволяет при подстановке известных значений толщины кристалла, угла между нормалью к поверхности и оптической осью, главных показателей преломления обыкновенных и необыкновенных волн, а также фокусного расстояния проекционной системы, воссоздать графически с любой заданной точностью теоретический вид изохром в коноскопической картине.
- Сравнительный компьютерный анализ теоретически рассчитанного и полученного экспериментально методом лазерной коноскопии изображений изохром одноосного кристалла позволяет рассчитать вариации показателей преломления, а по ним – механические напряжения, приводящие к искажениям оптической индикатрисы кристалла.

Достоверность результатов

Достоверность результатов диссертационной работы обосновывается экспериментальной проверкой полученного уравнения изохром при получении коноскопических картин различных одноосных монокристаллов с классическими и ранее не исследованными ориентациями плоскостей вырезанных из них элементов, применением современных методов и оборудования, апробацией на научных конференциях, а также практическим использованием при метрологических исследованиях оптического качества монокристаллов, предназначенных для акустооптических и лазерных устройств. Основное содержание работы опубликовано в 11 статьях, включая 7 статей в журналах списка ВАК.

Апробация работы

Основные результаты диссертационной работы были представлены на IX Международной конференции «Прикладная физика» (г. Санкт-Петербург. Оптическое общество им. О.С. Рождественского. 2010 г.), Международной конференции «International Conference on Functional Materials and Nanotechnologies» (Fm and NT. 2013), VII Международной конференции по фотонике и информационной оптике (г. Москва, НИЯУ МИФИ. 2018).

Настоящая работа выполнена на кафедре прикладной физики Тверского государственного университета в соответствии с тематическим планом НИР, в рамках ФЦП «Исследования и разработки по приоритетным направлениям развития научно-технологического комплекса России на 2014–2020 гг.», соглашение 14.574.21.0113 (RFMEFI57414X0113).

Структура и объем диссертационной работы

Диссертационная работа состоит из введения, трех глав, заключения и списка литературы. Работа содержит 149 страницы основного текста, 66 рисунков, 2 таблицы и 94 наименования цитируемой литературы.

Личный вклад автора

Диссертантом совместно с научным руководителем проводились: выбор темы, постановка цели и задач исследований, планирование работы и

структуры диссертации, обсуждение полученных результатов. В теоретической части работы автором самостоятельно проведены анализ известных способов вывода уравнений изохром, в коноскопических картинах одноосных кристаллов; установление приближений, приводивших ранее к уравнениям, не вполне корректно описывающим форму изохром для случаев, когда нормаль к поверхности кристалла и его оптическая ось не совпадают и не ортогональны; составление геометрической и математической схем расчета координат изохром без ранее применявшихся приближений и упрощений; вывод точного уравнения изохром одноосных кристаллов и его компьютерный анализ с помощью пакета математических программ «Maple». В экспериментальной части работы автором самостоятельно выполнены коноскопические исследования монокристаллов парателлурита и ниобата лития с помощью традиционной схемы, а также с применением лазеров видимого диапазона.

Глава I. ЛИТЕРАТУРНЫЙ ОБЗОР

1.1. Метод коноскопии

Метод коноскопии заключается в наблюдении интерференционных картин, образующихся в фокальной плоскости проекционной системы, собирающей изначально линейно поляризованные сходящиеся или расходящиеся лучи, прошедшие через плоскопараллельную пластинку или массивный оптический элемент из оптически анизотропного кристалла с двумя взаимно параллельными гранями [18]. Пластинка или массивный кристалл должны быть при наблюдениях ориентированы взаимно параллельными гранями ортогонально оси конуса лучей. Между кристаллом и плоскостью наблюдения, согласно классической схеме метода, должен находиться анализатор, хотя, как показано в настоящей работе, иногда этот поляризационный элемент оказывается не нужным. Для получения линейно-поляризованного света между не лазерным источником (лампой накаливания, газосветной лампой или светодиодом) и кристаллом размещается поляризатор. При использовании в качестве источников излучения лазеров, дающих, как правило, пучок линейно поляризованного света, поляризатор также не обязателен [1,4,11].

Спектральный диапазон, в котором проводятся коноскопические исследования и измерения, это, в основном, видимый диапазон (400–700 нм). В принципе, в методе коноскопии возможно использование излучения УФ диапазона и ИК диапазона. Тем не менее, сведения о применении ультрафиолетового излучения при коноскопии кристаллов в научно-технической литературе отсутствуют. Это достаточно легко объясняется, во-первых, тем, что края собственного (фундаментального) поглощения у большинства оптических кристаллов, прозрачных в видимом диапазоне (практически, за исключением кристаллов кварца – SiO_2), находятся близко к его фиолетовой границе. Во-вторых, регистрация и получение

коноскопических картин в УФ диапазоне требуют использования специальной дорогостоящей аппаратуры, специальных кварцевых линз и поляризаторов. И, наконец, уменьшение длин волн излучения на несколько десятков процентов существенно не повышает ценность информации о кристалле, которая может быть получена и в видимом диапазоне. Более актуальной представляется коноскопия кристаллов, частично или полностью непрозрачных в видимом диапазоне, для которых край собственного поглощения лежит либо в видимом, либо в ближайшем ИК диапазонах. Информация о такого рода исследованиях в известной литературе отсутствует, возможно, в силу определенной, устоявшейся и закреплённой в нормативной документации метрологии оптического качества кристаллов, применяемых в инфракрасной технике [28]. В данных ГОСТах и Международных стандартах (ИСО) для материалов ИК диапазона метод коноскопии даже не упоминается. Между тем, применение этого метода могло бы существенно повысить инструментальные возможности обнаружения и измерения тонких оптических аномалий в кристаллах, используемых в инфракрасной области спектра. Безусловно, многие технически ценные оптические кристаллы диэлектриков, и, в особенности, полупроводников, например, кремний, германий, соединения типа $A^{III}B^V$, имеют кубическую элементарную ячейку (как правило, $m\bar{3}m$), и, следовательно, не являются двулучепреломляющими, а поэтому в них не могут наблюдаться коноскопические картины. Однако на самом деле, вследствие возникающих при росте дефектов структуры и связанных с ними механических напряжений, в кристаллах под действием пьезооптического эффекта искажается форма оптической индикатрисы (сферы), и они могут приобретать свойства одноосных, а возможно, и двуосных кристаллов [29]. Именно на этом явлении основываются уникальные опыты по прямому наблюдению (в ИК диапазоне) дислокаций в кубических кристаллах германия и кремния, а также многочисленные работы, связанные с проявлением пьезооптического эффекта в кристаллах, вызванного

механическими напряжениями, например, работа [26], в которой изучена аномальная двуосность в теоретически одноосных кристаллах вольфрамата кальция (CaWO_4). Для реализации метода коноскопии в ИК диапазоне необходимы относительно небольшие технические усовершенствования известной схемы инфракрасного полярископа – изменение геометрии падающего на кристалл пучка излучения с помощью ИК объектива, а также использование вместо ЭОП (электрооптического преобразователя) в плоскости наблюдения современной ПЗС – матрицы с подходящими для ближнего ИК диапазона параметрами. Такое продвижение сферы применения метода в ИК диапазоне позволило бы усилить метрологию оптического качества таких кристаллов, не полностью прозрачных или целиком непрозрачных в видимом диапазоне, как каломель (Hg_2Cl_2), ниобат лития (LiNbO_3), танталат лития (LiTaO_3), германат свинца ($\text{Pb}_5\text{Ge}_3\text{O}_{11}$), германат лития (LiGeO_3), двойной молибдат свинца (Pb_2MoO_5), фторид магния-бария (MgBaF_2), банан ($\text{Ba}_2\text{NaNb}_5\text{O}_{15}$), бифталат калия ($\text{KHC}_8\text{H}_4\text{O}_4$), TAS (Tl_3AsS_4), кремний, германий и т.д. [22].

Схема наблюдений коноскопических картин в её исторически первоначальном виде представлена на рисунке 4.

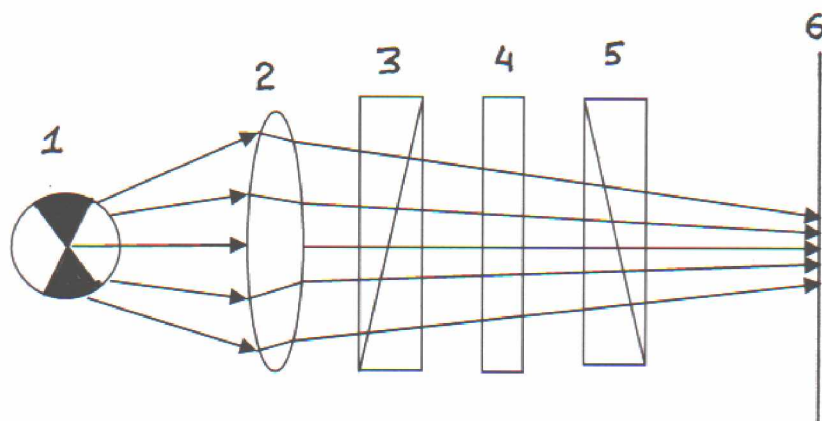


Рисунок 4. Классическая схема наблюдения коноскопических картин:

1 – некогерентный источник света; 2 – конденсор (линза или объектив);

3 – поляризатор; 4 – кристаллическая пластинка; 5 – анализатор;

6 – экран (плоскость наблюдения)

Данная схема использовалась, начиная с XIX века, и была формально единственной до 60-х годов XX века, когда появление лазеров видимого диапазона позволило использовать их в качестве источников когерентного излучения в методе коноскопии. Вариант классической схемы, приведенный на рисунке 4, достаточно условный. Например, при использовании оптического поляризационного микроскопа, содержащего все элементы такой схемы, собранные в нужной последовательности, специальные дополнительные детали или приспособления не нужны. Напротив, для наблюдения коноскопических картин или для их фотографической съемки необходимо удалить (вывернуть) окуляры.

Следует заметить, что раньше (XIXвек) изображения коноскопических картин, полученные, вероятно, ещё с помощью первых коллоидных технологий, отличались весьма высоким качеством. В дальнейшем (середина XIX-го – 30-е годы XX века), при использовании фотопластинок и фотопленок качество черно-белых изображений – резкость, угловая апертура, количество изохром, попадающих в поле зрения – достигло, по-видимому, своего максимума, о чем свидетельствует фотография, взятая из работы [23] 1931 года и представленная на рисунке 5.

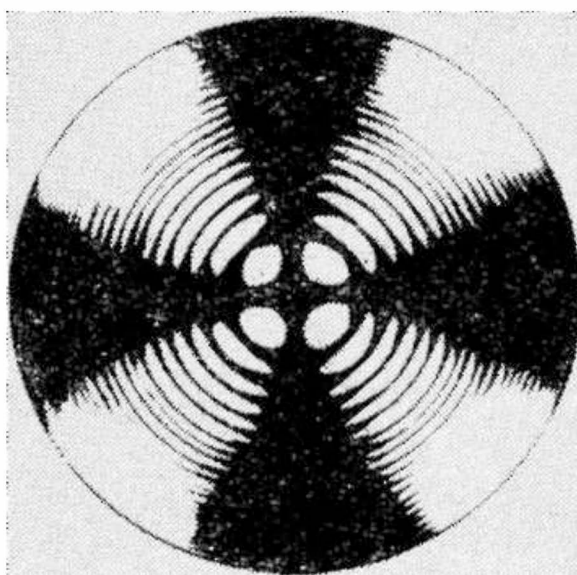


Рисунок 5. Коноскопическая картина оптически одноосного кристалла, наблюдаемая в направлении оптической оси [23]

Принципиально новые технические и исследовательские возможности появляются у метода коноскопии уже в «лазерную эпоху», т.е. в 60–70-е годы XX века. Преимущества лазеров, как источников излучения, определяются: а) несопоставимо с обычными источниками света высокой монохроматичностью – ширина спектра лазерного излучения зачастую бывает значительно меньше (до 10 порядков величин), чем обычная ширина линии перехода, наблюдаемая при спонтанном излучении [30]; б) возможностью создания с помощью коллиматоров или простых линз сколь угодно большой угловой апертуры (телесный угол расходимости лазерных лучей может достигать значений, близких к 2π , а плоский угол – достигать значений $140\text{--}150^\circ$, в то время как у поляризационных микроскопов угловая апертура не превышает 90°); в) возможностью наблюдения и регистрации коноскопических картин на больших, в том числе, на удаленных экранах, а при точных измерениях – на полупрозрачных экранах, за которыми устанавливаются цветные цифровые камеры [3,19,31,32,33].

Единственным, и не слишком большим недостатком лазерных источников света является, в случае их применения в методе коноскопии, наличие спеклов (пятен интенсивности) в изображениях, например, в картине изохром, представленной на рисунке 6.

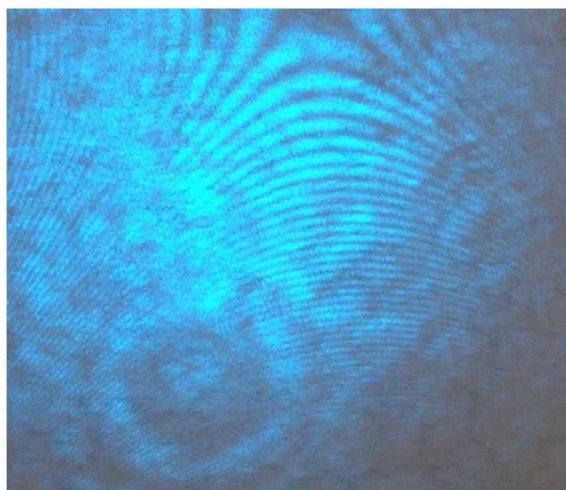


Рисунок 6. Коноскопическая картина монокристалла парателлурита со спеклами, образованными при освещении образца расходящимися лучами аргонового лазера с длиной волны излучения 488 нм

Поскольку появление спеклов связано с интерференцией света, взаимодействующего со случайно-шероховатыми поверхностями оптических деталей [30], возможные способы подавления спекл-структур в изображениях, получаемых с помощью лазеров, состоит в улучшении качества полировки поверхностей исследуемых кристаллов – повышении класса чистоты полировки и уменьшении параметра шероховатости R_a – среднего отклонения линии профиля.

Некоторые специальные меры необходимы и для снижения яркости центральных участков коноскопических картин, получаемых с помощью лазеров. Эти меры заключаются в установке ослабителя излучения непосредственно перед выходным отверстием лазера или перед исследуемым кристаллом.

Дополнительным преимуществом лазерных источников света по сравнению с некогерентными источниками в методе коноскопии является и то, что выходящее из лазеров излучение, как правило, линейно поляризовано. Это исключает необходимость установки после лазера специального поляризатора, его юстировки и учета оптических искажений, возникающих вследствие возможных неоднородностей в материале поляризатора.

Из приведенных выше особенностей лазерного излучения вытекает важнейшее преимущество лазеров в схемах, предназначенных для наблюдения коноскопических картин – возможность обнаружения и изучения оптических аномалий в очень крупных образцах анизотропных кристаллов – с размерами вплоть до десятков сантиметров по каждому из трех взаимно-перпендикулярных направлений. Оптические схемы поляризационных микроскопов, полярископов или иных приборов, в которых используются некогерентные источники света, конструктивно исключают такую возможность.

Объектами исследований в методе коноскопии являются монокристаллы низшей или средней категорий, т.е. кристаллы, обладающие свойством двулучепреломления света. Ниже представлены основные положения

современной волновой оптики, на которых базируются законы интерференции и преломления света в двупреломляющих кристаллах. Эти законы определяют вид коноскопических картин и, в частности, расположение кривых равной разности хода обыкновенных и необыкновенных волн в методе коноскопии [15].

В комплексном виде выражение для диэлектрических потерь электромагнитного излучения имеет вид

$$Q = \frac{i\omega}{8\pi} (\varepsilon_{ik}^* - \varepsilon_{ik}) E_i E_k \quad (1.1),$$

где ω – частота; ε_{ik} – компоненты тензора диэлектрической проницаемости, E_i – компоненты вектора напряженности электрического поля; * – знак комплексного сопряжения. В отсутствие поглощения $\varepsilon_{ik}^* = \varepsilon_{ki} = \varepsilon_{ik}$, т.е. полярный тензор диэлектрической проницаемости является симметричным и вещественным. Такому тензору может быть сопоставлен эллипсоид, называемый эллипсоидом Френеля. Выбором главной системы координат уравнение эллипсоида приводится к каноническому виду:

$$\varepsilon_{11}x^2 + \varepsilon_{22}y^2 + \varepsilon_{33}z^2 = 1 \quad (1.2)$$

Направления координатных осей такой системы называются главными направлениями, а величины $\varepsilon_{11} = \varepsilon_x$, $\varepsilon_{22} = \varepsilon_y$, $\varepsilon_{33} = \varepsilon_z$ – главными значениями тензора ε_{ik} . Компоненты такого тензора не изменяются при преобразовании инверсии, поэтому из всех 32 классов точечной симметрии кристаллов следует рассматривать только 11, обладающих центром симметрии. Дальнейшее уменьшение числа рассматриваемых классов получается благодаря тому, что вид симметричного тензора ε_{ik} одинаков для всех классов, имеющих оси симметрии порядков 3, 4, 6. Для кристаллов кубических классов тензор ε_{ik} превращается в скаляр. В результате остаются пять различных кристаллических сингоний:

$$\left\| \begin{matrix} \varepsilon_{11} & \varepsilon_{12} & \varepsilon_{13} \\ \varepsilon_{12} & \varepsilon_{22} & \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{13} & \varepsilon_{23} & \varepsilon_{33} \end{matrix} \right\| \quad (1.3.1), \quad \left\| \begin{matrix} \varepsilon_{11} & \varepsilon_{12} & 0 \\ \varepsilon_{12} & \varepsilon_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{33} \end{matrix} \right\| \quad (1.3.2), \quad \left\| \begin{matrix} \varepsilon_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{33} \end{matrix} \right\| \quad (1.3.3),$$

$$\left\| \begin{matrix} \varepsilon_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{11} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{33} \end{matrix} \right\| \quad (1.3.4), \quad \left\| \begin{matrix} \varepsilon_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{11} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{11} \end{matrix} \right\| \quad (1.3.5)$$

Для первых трех видов тензора в случаях триклинной (1.3.1), моноклинной (1.3.2) и ромбической (1.3.3) сингоний характеристическая поверхность есть трехосный эллипсоид; для тригональной, тетрагональной и гексагональной сингоний – эллипсоид вращения (1.3.4); в случае кубической сингонии тензорный эллипсоид вырождается в сферу (1.3.5). В кристаллах моноклинной сингонии только одна из главных осей тензора всегда направлена по оси второго порядка или перпендикулярна плоскости симметрии. В кристаллах ромбической и более высокой симметрии дисперсия осей отсутствует, и направление осей полностью определяется элементами симметрии кристалла.

Для описания процесса распространения плоских электромагнитных волн в немагнитных кристаллах в зависимости от их структуры используются уравнения Максвелла [15–17]. Связь между напряженностями и индукциями электрического и магнитных полей записывается в виде

$$D_i = \varepsilon_{ik} E_k, \quad B_i = H_i \quad (1.4)$$

где ε_{ik} – вещественный, симметричный тензор с положительными главными значениями. Для плоских монохроматических волн с частотой ω и волновым вектором $\vec{k}$ можно записать:

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \exp [i(\omega t - \vec{k} \vec{r})], \text{ где } \vec{k} = (\omega/c) \vec{n} \quad (\vec{n} - \text{волновая нормаль}).$$

$$\text{Из уравнений Максвелла } \text{rot} \vec{H} = \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}, \quad \text{rot} \vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}$$

следует $\vec{H} = [\vec{n} \times \vec{E}], \quad \vec{D} = -[\vec{n} \times \vec{E}].$

Таким образом, векторы $\vec{n}$, $\vec{E}$ и $\vec{D}$ лежат в одной плоскости, перпендикулярной $\vec{H}$ и $\vec{D} \perp \vec{n}$ (рисунок 7).

Исключая из двух последних уравнений вектор $\vec{H}$, имеем

$$\vec{D} = \vec{n}^2 \vec{E} - \vec{n}(\vec{n} \vec{E}) \quad (1.5)$$

С помощью уравнения связи (1.4) получаются три линейных однородных уравнения для компонент вектора E_i :

$$(n^2 \delta_{ik} - n_i n_k - \varepsilon_{ik}) E_k = 0, \quad \delta_{ik} = \begin{cases} 0, i \neq k \\ 1, i = k \end{cases} \quad (1.6)$$

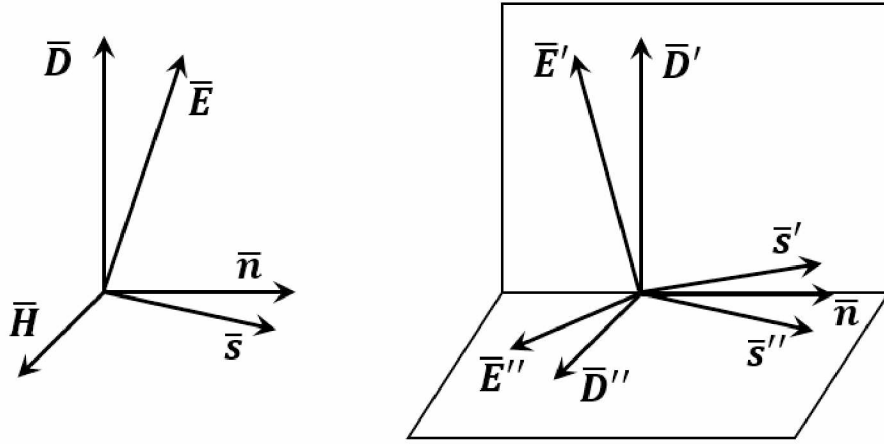


Рисунок 7. Расположение векторов $\bar{n}$, $\bar{E}$, $\bar{D}$, $\bar{H}$, $\bar{S}$ световой волны в кристалле
($\bar{S}$ – лучевой вектор, $\bar{n}\bar{S} = 1$)

Условием совместности системы линейных уравнений является равенство нулю определителя системы. В декартовой системе координат, оси которой совпадают с главными направлениями тензора ε_{ik} , это условие приводит к основному уравнению кристаллооптики – уравнению Френеля:

$$n^2(\varepsilon_x n_x^2 + \varepsilon_y n_y^2 + \varepsilon_z n_z^2) - [n_x^2 \varepsilon_x (\varepsilon_y + \varepsilon_z) + n_y^2 \varepsilon_y (\varepsilon_x + \varepsilon_z) + n_z^2 \varepsilon_z (\varepsilon_x + \varepsilon_y)] + \varepsilon_x \varepsilon_y \varepsilon_z = f(k_x, k_y, k_z) = 0 \quad (1.7),$$

или в симметричной форме:

$$\frac{(n_x^0)^2}{\frac{1}{n^2} - \frac{1}{\varepsilon_x}} + \frac{(n_y^0)^2}{\frac{1}{n^2} - \frac{1}{\varepsilon_y}} + \frac{(n_z^0)^2}{\frac{1}{n^2} - \frac{1}{\varepsilon_z}} = 0. \quad (1.8).$$

Если главные значения $\varepsilon_x \varepsilon_y \varepsilon_z$ тензора ε_{ik} как функции частоты ω известны, то уравнение Френеля определяет абсолютную величину вектора $\bar{n}$, если его направление задано единичным вектором $\bar{n}^0$. Каждому направлению волнового вектора соответствуют в общем случае два различных значения показателя преломления n и два направления вектора индукции $\bar{D}$ (D' и D'') (направления световых колебаний). Таким образом, в

кристалле в отличие от изотропной среды, по каждому направлению могут распространяться две плоские линейно-поляризованные волны с двумя зависимыми от направления разными фазовыми скоростями. Для определения направления колебаний этих волн выбирают вместо главной новую систему координат с осью Z' , направленной по вектору $\vec{n}^0$. Из (1.5) можно получить для поперечных составляющих вектора $\vec{D}$ два уравнения

$$(\varepsilon_{\alpha\beta}^{-1}n^2 - \delta_{\alpha\beta})D_\beta = 0 \quad (1.9)$$

с определителем, равным нулю, которые и определяют направление вектора $\vec{D}$ (в системе (1.9) $\alpha, \beta = X', Y'$, и суммирование ведется по β).

Из (1.9) следует, что направления векторов ($\vec{D}'$ и $\vec{D}''$), соответствующих двум значениям n (корням уравнения Френеля), взаимно перпендикулярны (рисунок 8).

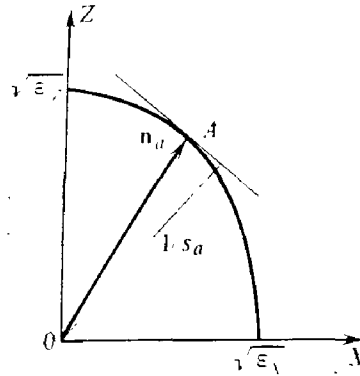


Рисунок 8. Геометрические соотношения между лучевым и волновым векторами в кристалле

Вектор потока энергии Умова-Пойнтинга $\vec{S}$ определяется уравнением

$$\vec{S} = \frac{c}{4\pi} [\vec{E} \times \vec{H}] = \frac{c}{4\pi} [nE^2 - \vec{E}(\vec{n}\vec{E})] \quad (1.10)$$

Вектор $\vec{S}$ лежит в плоскости векторов $\vec{D}$, $\vec{E}$, $\vec{n}$, перпендикулярен вектору напряженности электрического поля волны $\vec{E}$ и не совпадает, в общем случае, по направлению с вектором $\vec{n}$. Можно доказать, что вектор $\vec{S}$ направлен по вектору групповой скорости $\frac{\partial \omega}{\partial \vec{k}}$. Лучевым вектором $\vec{s}$ называется вектор, направленный по $\vec{S}$ и по абсолютной величине такой, что

$$\bar{n}\bar{S} = 1. \text{ Отсюда } \bar{S}\bar{H} = 0; \bar{S}\bar{E} = 0; [\bar{S} \times \bar{H}] = [\bar{S} \times [\bar{n} \times \bar{E}]] = -\bar{E}; [\bar{S} \times \bar{D}] = -[\bar{S} \times [\bar{n} \times \bar{H}]] = \bar{H}$$

Таким образом, имеем две серии формул

$$D_i = \varepsilon_{ik} E_k, \quad \bar{D} = -[\bar{n} \times \bar{H}], \quad \bar{H} = [\bar{n} \times \bar{E}], \quad \bar{n}\bar{S} = 1, \quad (1.11.1)$$

$$E_i = \varepsilon_{ik} D_k, \quad \bar{E} = -[\bar{S} \times \bar{H}], \quad \bar{H} = [\bar{S} \times \bar{D}], \quad \bar{n}\bar{S} = 1, \quad (1.11.2)$$

из которых следует, что путем замены $\varepsilon_{ik} \rightarrow \varepsilon_{ik}^{-1}$, $\bar{D} \rightarrow \bar{E}$, $\bar{n} \rightarrow \bar{S}$ из уравнений (1.11.1) для величин $\bar{D}$, $\bar{H}$, $\bar{n}$ получаем уравнения (1.11.2) для величин $\bar{E}$, $\bar{H}$, $\bar{S}$. В этом заключается принцип двойственности в кристаллооптике. В частности, для определения абсолютной величины лучевого вектора $\bar{S}$ по его направлению $\bar{S}^0$ из (1.8) выводится уравнение

$$\frac{(S_x^0)^2}{\frac{1}{S^2} - \frac{1}{\varepsilon_x^{-1}}} + \frac{(S_y^0)^2}{\frac{1}{S^2} - \frac{1}{\varepsilon_y^{-1}}} + \frac{(S_z^0)^2}{\frac{1}{S^2} - \frac{1}{\varepsilon_z^{-1}}} = 0$$

Соотношения (1.9) имеют геометрический смысл, устанавливаемый с помощью следующих построений. На полуосях $\sqrt{\varepsilon_x}$, $\sqrt{\varepsilon_y}$, $\sqrt{\varepsilon_z}$ строится эллипсоид тензора ε_{ik}^{-1} , который называется оптической индикатрисой. Выбирается какое-либо направление волнового вектора $\bar{k}$. В сечении этого эллипсоида плоскостью, ортогональной выбранному направлению $\bar{n}^0$, в общем случае получается эллипс. Уравнение (1.8) показывает, что величины главных полуосей эллипса сечения равны значениям показателей преломления n , а их направления совпадают с направлениями векторов индукции $\bar{D}'$ и $\bar{D}''$ двух волн в кристалле с заданным $\bar{n}^0$. Правило замены (принцип двойственности) приводит к аналогичному построению для определения направлений векторов напряженности $\bar{E}'$ и $\bar{E}''$ волн с заданным направлением лучевого вектора $\bar{S}$. Зависимость показателей преломления от направления световой волны в кристалле дает поверхность волновых векторов, абсолютное значение радиус-векторов которой по заданному направлению $\bar{n}^0$ равны значениям показателей преломления n , определенных

уравнением Френеля. Аналогичная поверхность четвертого порядка строится и для лучевых векторов $\bar{S}$.

Пусть $f(k_x, k_y, k_z, \omega) = 0$ есть уравнение поверхности волновых векторов. Компоненты вектора групповой скорости $\frac{\partial \omega}{\partial k_i} = -\frac{\partial/\partial k_i}{\partial/\partial \omega}$ пропорциональны производным $\frac{\partial}{\partial n_i}$, поэтому лучевой вектор параллелен $grad f$, т.е. направлен по нормали к поверхности волновых векторов. Пусть $\bar{n}_a$ – радиус-вектор какой-нибудь точки поверхности волновых векторов, а $\bar{S}_a$ – соответствующий лучевой вектор. Уравнение касательной плоскости к поверхности волновых векторов в точке А (рисунок 8) будет $\bar{S}_a(\bar{n} - \bar{n}_0) = 0$, а так как $\bar{n}_a \bar{S}_a = 1$, то $\bar{S}_a \bar{n} = 1$. Следовательно, длина перпендикуляра, опущенного из начала координат на плоскость, касательную к поверхности волновых векторов, есть $1/\bar{S}_a$. Аналогично длина перпендикуляра, опущенного из начала координат на плоскость, касательную к поверхности лучевых векторов, есть $1/n_a$. Таким образом, устанавливается соответствие между лучевыми и волновыми векторами световых волн в кристалле.

Все кристаллы подразделяются на три группы по числу (1, 2 или 3) различных главных значений тензора диэлектрической проницаемости. Для кубических кристаллов тензор ε_{ik} выражаются в скаляр $\varepsilon = n^2$, и, следовательно, по своим оптическим свойствам эти кристаллы не отличаются от изотропных тел. Для кристаллов средней категории тензор ε_{ik} имеет два главных значения: $\varepsilon_z = \varepsilon_{||}$, $\varepsilon_x = \varepsilon_y = \varepsilon_{\perp} = n_0^2$, а соответствующая характеристическая поверхность есть эллипсоид вращения с осью, параллельной оси симметрии высшего порядка. Уравнение Френеля в главной системе координат в случае одноосных кристаллов распадается на два квадратных:

$$n^2 - \varepsilon_{\perp} = 0, \quad \frac{n_z^2}{\varepsilon_{\perp}} + \frac{n_x^2 + n_y^2}{\varepsilon_{\parallel}} = 1 \quad (1.12)$$

Таким образом, в одноосном кристалле в каждом направлении волнового вектора могут распространяться две волны: обыкновенная с показателем преломления $n_0 = \sqrt{\varepsilon_{\perp}}$, не зависящим от направления, и необыкновенная с показателем преломления n , зависящим от угла наклона ψ вектора $\vec{n}$ к оси z , которая направлена по оси симметрии высшего порядка.

$$\frac{1}{n^2} = \frac{\sin^2 \psi}{\varepsilon_{\parallel}} + \frac{\cos^2 \psi}{\varepsilon_{\perp}} \quad (1.13)$$

В данном особом направлении, когда угол $\psi = 0$, показатели преломления обеих волн совпадают: $n_0 = n = \sqrt{\varepsilon_{\perp}}$ в кристалле, как в изотропном теле, распространяются волны с одной скоростью; такое направление в кристалле называется оптической осью. Кристаллы тригональной, тетрагональной и гексагональной сингонии поэтому называют одноосными. Для определения величины разности показателей преломления волн с одним и тем же направлением волнового вектора в большинстве публикаций, в том числе, монографий и учебников, применяется приближение, основанное по малости главного двупреломления (разности $|\sqrt{\varepsilon_{\perp}} - \sqrt{\varepsilon_{\parallel}}| = |N_o - N_e|$):

$$n - N_o \approx (N_e - N_o) \sin^2 \psi. \quad (1.14)$$

Решение системы уравнений (1.7), определяющих векторов $\vec{E}$, а значит, и $\vec{D}$ (1.4), показывает, что направление световых колебаний в обыкновенной волне перпендикулярно плоскости, содержащей оптическую ось и волновой вектор, называемый главным сечением. В необыкновенной волне направление колебаний лежит в плоскости главного сечения. Лучевой вектор обыкновенной волны совпадает по направлению с волновым вектором $\vec{n}$ и образует с оптической осью кристалла угол ψ . Лучевой вектор необыкновенной волны лежит в плоскости главного сечения, но не совпадает с направлением вектора $\vec{n}$ и образует с оптической осью другой угол ψ' , который может быть найден по формуле

$$\operatorname{tg} \psi' = \frac{\varepsilon_{\perp}}{\varepsilon_{\parallel}} \operatorname{tg} \psi. \quad (1.15)$$

Поверхность волновых векторов в одноосных кристаллах распадается на две поверхности: сферическую для обыкновенной волны и эллипсоид вращения для необыкновенной. Обе поверхности касаются друг друга в двух точках, лежащих на оптической оси. Если $N_o < N_e$, кристаллы считаются положительными, если $N_o > N_e$ – отрицательными.

При построении поверхности волновых векторов для триклинных, моноклинных и ромбических кристаллов исходят из трехосного эллипсоида $\varepsilon_{ik}^{-1} x_{ik} = 1$ с тремя различными главными значениями. Для того, чтобы построить разрез поверхности волновых векторов, перпендикулярной оси Y эллипсоида ($\varepsilon_x < \varepsilon_y < \varepsilon_z$), эллипсоид плоскостью YZ ; отрезки, равные $\sqrt{\varepsilon_y}$ и $\sqrt{\varepsilon_z}$, откладывают по оси X . Поворачивая плоскость разреза вокруг оси Y , в сечении эллипсоида получают эллипсы с одной постоянной полуосью $\sqrt{\varepsilon_y}$ и другой – параллельной, принимающей значения от $\sqrt{\varepsilon_z}$ до минимальной $\sqrt{\varepsilon_x}$. Таким образом, в сечении поверхности волновых векторов получим окружность радиуса $\sqrt{\varepsilon_y}$ и эллипс с полуосями $\sqrt{\varepsilon_z}$ и $\sqrt{\varepsilon_x}$; аналогично строятся и два других сечения, перпендикулярные осям X и Z эллипсоида тензора ε_{ik}^{-1} . Общий вид поверхности дан на рисунке 9.

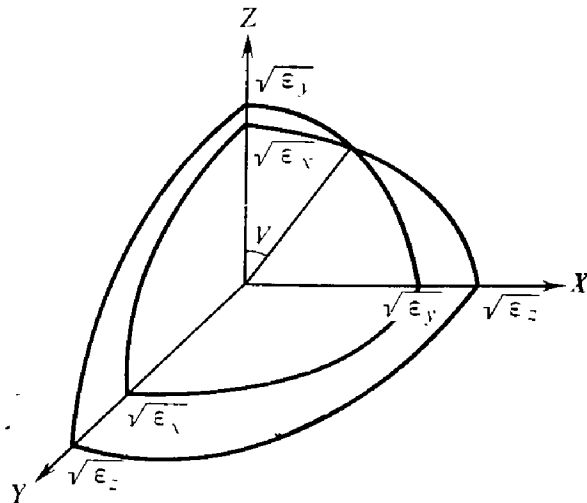


Рисунок 9. Волновые поверхности в двуосном кристалле

Поверхность образована двумя оболочками, касающимися между собой в четырех точках, и обладает центром симметрии. В двух направлениях, называемых оптическими осями или бинормальями, идущих из начала координат в эти точки, показатели преломления обеих волн совпадают, и двупреломление отсутствует (этим направлениям соответствуют круговые сечения тензорного эллипсоида). Кристаллы триклинной, моноклинной и ромбической сингонии являются, поэтому двуосными. Оптические оси составляют с осью Z угол V , который можно найти, решая совместно уравнения окружности $x^2 + z^2 = \varepsilon_y$ и эллипса $\frac{x^2}{\varepsilon_z} + \frac{z^2}{\varepsilon_x} = 1$ отсюда

$$\operatorname{tg} V = \left[\frac{\varepsilon_z(\varepsilon_y - \varepsilon_x)}{\varepsilon_x(\varepsilon_z - \varepsilon_y)} \right]^{\frac{1}{2}}. \quad (1.16)$$

Точные выражения, описывающие ориентацию в кристалле направлений волновых векторов двух волн в зависимости от ориентации падающей волны, предпринимаются те или иные упрощения, причем без всяких оценок количественных и качественных отличий точного решения от приближенного. В [15], например, это осуществляется следующим образом. Аналитически значения показателей преломления волн в зависимости от направления волнового вектора определяются уравнением Френеля (1.7) и (1.8). Для его упрощения направление волнового вектора задают не направляющими косинусами углов n_x^0 , n_y^0 , n_z^0 с главными осями тензора диэлектрической проницаемости, а двумя углами φ_1 и φ_2 , которые волновой вектор составляют с оптической осью кристалла. С помощью такого задания направления волнового вектора получают простое выражение, определяющее разность показателей преломления волн n' и n'' , распространяющихся в кристалле по этому направлению:

$$\frac{1}{(n')^2} - \frac{1}{(n'')^2} = \left(\frac{1}{\varepsilon_x} - \frac{1}{\varepsilon_z} \right) \sin \varphi_1 \sin \varphi_2 \quad (1.17)$$

Направление колебаний волн в двуосном кристалле определяется теоремой Френеля, согласно которой направления колебаний световых волн,

т.е. векторов $\bar{D}$, соответствующих вектору $\bar{n}$, являются биссектрисами углов между следами на плоскости, перпендикулярной вектору $\bar{n}$, двух плоскостей, каждая из которых содержит вектор $\bar{n}$ и одну из оптических осей. Пусть n' и n'' – полуоси эллипса сечения эллипсоида тензора ε_{ik}^{-1} плоскостью, перпендикулярной вектору $\bar{n}$ (рисунок 10), а диаметр AA' – линия пересечения этого сечения с круговым сечением эллипсоида. Проводим в плоскости эллиптического сечения диаметр $N'N'$, перпендикулярный $A'A'$. Векторы $\bar{n}$, $\bar{N}_o$, и диаметр $N'N'$ лежат в одной плоскости, перпендикулярной $A'A'$ (рисунок 11). Аналогичное построение может быть выполнено и для другого кругового сечения и другой оптической оси. После такого построения в плоскости эллиптического сечения мы будем иметь два равных диаметра $A'A'$, $A''A''$ (как диаметры круговых сечений), лежащих по разные стороны от полуосей эллипса n' . Значит, n' делит пополам угол между ними, а так как $A'A' \perp N'N'$ и $A''A'' \perp N''N''$, то n' есть биссектриса угла между $N'N'$ и $N''N''$.

По принципу двойственности поверхность лучевых векторов строится исходя лишь из эллипсоида тензора ε_{ik} , либо из поверхности волновых векторов. Поверхность лучевых векторов также имеет четыре точки пересечения, через которые проходят лучевые оптические оси (бирадиали) наклонные к оси Z под углом γ :

$$\operatorname{tg} \gamma = \operatorname{tg} V \sqrt{\frac{\varepsilon_x}{\varepsilon_z}}.$$

Каждому такому направлению, т.е. бирадиали, соответствует бесконечное множество волновых векторов, направление которых заполняют конус внешней конической рефракции. Аналогично направлению оптической оси (бинормали) соответствует конус лучевых векторов. Угол раствора χ конуса для внешней конической рефракции вычисляется по формуле $\tan \chi =$

$\left[\frac{(\varepsilon_x - \varepsilon_y)(\varepsilon_y - \varepsilon_z)}{\varepsilon_x \varepsilon_z} \right]^{\frac{1}{2}}$, а для внутренней из принципа двойственности вытекает соотношение $\operatorname{tg} \psi = \frac{\sqrt{\varepsilon_x \varepsilon_z}}{\varepsilon_y} \operatorname{tg} \chi$.

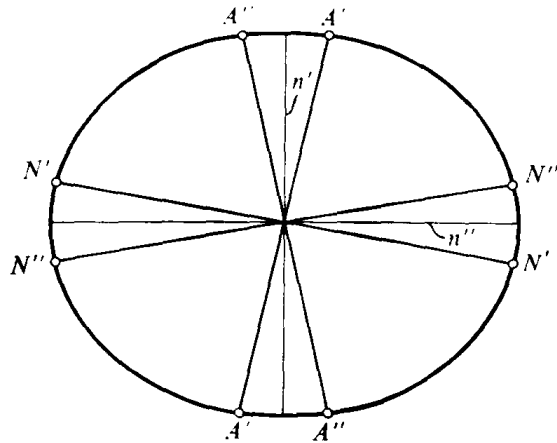


Рисунок 10. К выводу теоремы Френеля о поляризации световых волн в двуосном кристалле

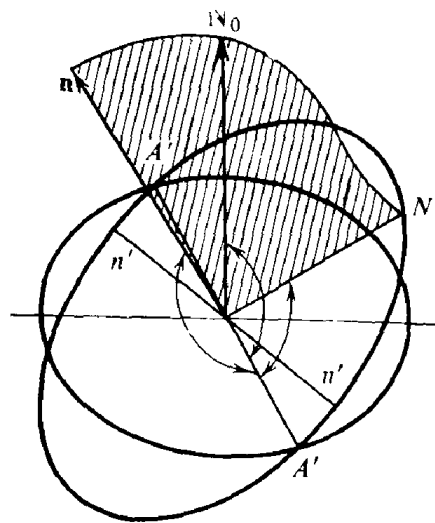


Рисунок 11. Эллиптические и круговые сечения характеристической поверхности тензора диэлектрической проницаемости ε_{ik} двуосного кристалла

В методе коноскопии преломление света на границах воздух-кристалл и кристалл-воздух является главным используемым явлением. Поэтому следует подробно остановиться на теоретических аспектах этого явления, имея в виду в первую очередь состояние математического аппарата,

применяемого в настоящее время, и его возможности при расчете хода лучей в оптических элементах, исследуемых с помощью коноскопии.

При рассмотрении плоской волны, падающей из воздуха на поверхность анизотропной среды (рисунок 12), оси координат выбирают таким образом, чтобы ось Z совпадала с направлением нормали к поверхности раздела, а ось X лежала в плоскости падения, т.е. в плоскости, содержащей нормаль к плоскости раздела и волновой вектор падающей волны $\vec{k}$ ($n_y = 0$). Падающая волна создает одну отраженную и, в отличие от изотропных сред, вообще говоря, две линейно поляризованные преломленные волны, распространяющиеся в кристалле с различными скоростями, с векторами n' и n'' , составляющими с осью Z углы ψ' и ψ'' [15–18].

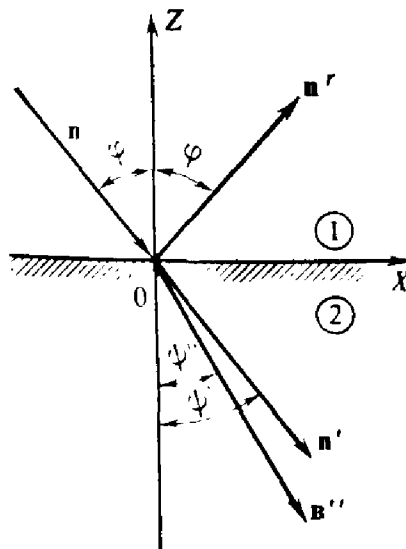


Рисунок 12. Двупреломление в кристалле

Выражения для полей падающей и преломленных волн содержат множители $\exp \left[i\omega \left(t - \frac{\bar{n}\bar{r}}{c} \right) \right]$. Из условия непрерывности поля на границе раздела вытекает, что для любой точки $\bar{r}$, лежащей на границе раздела $z=0$, справедливы соотношения $\bar{r}\bar{n} = rn' = rn''$, т.е.

$$\sin \varphi = n' \sin \psi' = n'' \sin \psi'', \quad (1.18)$$

где φ – угол падения. Таким образом, векторы $\bar{n}'$ и $\bar{n}''$ преломленных волн лежат в плоскости падения, и для каждого из них выполняется закон

преломления, требующий непрерывности тангенциальной составляющей $\bar{n}_t$ вектора $\bar{n}$. Главное отличие от случая изотропных сред состоит в возникновении двух преломленных волн, которое называется двупреломлением. Каждому волновому вектору в кристалле соответствует и свой лучевой вектор, совпадающий с направлением вектора потока энергии (вектора Умова-Пойнтинга), а значит, в кристалле имеет место и двойное лучепреломление. Направление лучевого вектора не совпадает с волновым вектором, и лучевой вектор может лежать вне плоскости.

В одноосных кристаллах при преломлении возникают обыкновенная и необыкновенная волны. Поведение обыкновенной волны полностью аналогично поведению преломленной волны в изотропной среде, и её лучевой вектор совпадает с волновым вектором. Для необыкновенного луча обычный закон преломления не выполняется. Найдем, в частности, направление необыкновенного луча при наклонном падении света на поверхность одноосного кристалла, когда плоскость раздела перпендикулярна оптической оси. Для этого запишем соотношение $\sin \varphi = n \sin \theta$, где θ – угол преломления. Из него следует набор следующих соотношений:

$$\frac{1}{n^2} = \frac{\cos^2 \theta}{\varepsilon_{\perp}} + \frac{\cos^2 \theta}{\varepsilon_{\parallel}}; \quad tg \theta = \frac{\sqrt{\varepsilon_{\parallel}} \cdot \sin \varphi}{\sqrt{\varepsilon_{\perp}} \cdot \sqrt{\varepsilon_{\parallel} - \sin^2 \varphi}}; \quad tg \theta' = \frac{\sqrt{\varepsilon_{\perp}} \cdot \sin^2 \varphi}{\sqrt{\varepsilon_{\parallel} - \sin^2 \varphi} \cdot \sqrt{\varepsilon_{\parallel}}} \quad (1.19)$$

В двуосных кристаллах оба луча могут выходить из плоскости падения. Важно отметить, что как в приведенном рассмотрении [15], так и в других наиболее подробных изданиях [4,13,18,34] формулы для углов преломления необыкновенных лучей при произвольных ориентациях нормали к поверхности кристалла относительно оптической оси (осей) отсутствуют. В настоящей работе указанный недостаток преодолен, по крайней мере, для одноосных кристаллов.

В научных публикациях, связанных с теорией и практикой метода коноскопии, отражение света, как правило, не рассматривается и даже не упоминается. Между тем, лучи, отражающиеся от выходной поверхности в

обратную сторону, и после отражения от входной поверхности вновь возвращаются назад, после выхода из кристалла принимают участие в формировании коноскопической картины в плоскости наблюдения. И, хотя, вследствие поглощения, рассеяния и частичного выхода через первую поверхность, эти лучи, безусловно, имеют существенно меньшую интенсивность, чем лучи, сразу выходящие из кристалла, соответствующие оценки показывают, что в результате интерференции они могут существенно снижать (или усиливать) резкость изображений изохром и изогир. Поэтому необходимо остановиться на кратком анализе теории отражения, наиболее полно изложенной в монографии [35].

Решение граничной задачи в оптике изотропных сред дается формулами Френеля. Аналогичные формулы, выражающие амплитуды отраженной и преломленных волн через амплитуду падающей, можно получить и для анизотропных сред. Однако по сравнению с изотропным случаем расчеты существенно усложняются, так как если выбрать для простоты за одну из координатных плоскостей плоскость раздела, то она может не совпадать ни с одной из главных плоскостей тензора диэлектрической проницаемости. В [15], например, рассмотрение ограничивается одноосными кристаллами и частным расположением границы раздела.

Пусть плоскость раздела есть главная плоскость XY тензора ε_{ik} , и, следовательно, оптическая ось кристалла Z совпадает с нормалью к этой плоскости (рисунок 13).

В качестве граничных условий записывают непрерывность тангенциальных составляющих векторов напряженности поля E_y и H_y и нормальных составляющих векторов индукции D_z , $B_z = H_z$:

$$\begin{aligned} A_s + R_s &= \frac{A_s^0}{\varepsilon_1}, A_p + R_p = A_p^e \frac{V}{c}, \\ A_p \sin \varphi + R_p \sin \varphi &= A_p'' \sin \varphi' \\ A_s \sin \varphi + R_s \sin \varphi &= A_s^0 \sin \varphi' V_0/c. \end{aligned} \quad (1.20)$$

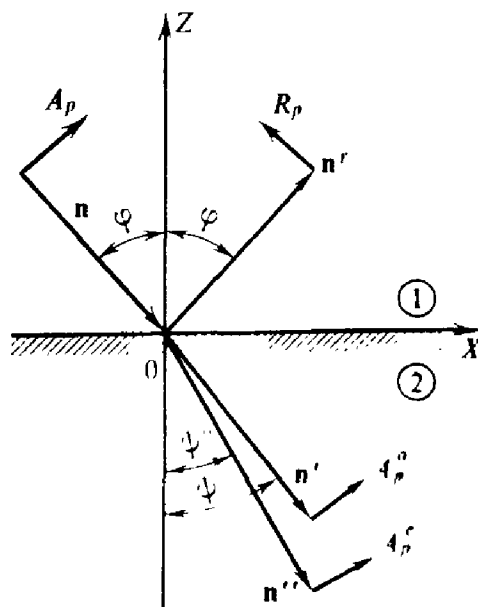


Рисунок 13. Отражение света от кристалла.

Оптическая ось кристалла совпадает с осью Z

Все векторы считаются разложенными на две составляющие: нормальные плоскости падения (s) и лежащие в этой плоскости (p).

Амплитуда векторов индукции $\bar{D}$ падающей волны обозначены через A , отраженной – R и преломленных A^e и A^o , ψ' и ψ'' - углы преломления, V и V_0 – скорости необыкновенной и обыкновенной волн. Использование закона преломления $\frac{\sin\varphi}{\sin\psi} = \frac{c}{V_0} = \sqrt{\varepsilon_{\perp}}$, $\frac{\sin\varphi}{\sin\psi''} = \frac{c}{V}$, дает для искомых амплитуд выражения:

$$\begin{aligned}
 R_p &= \frac{\sin\psi'' \cos\varphi - \frac{1}{\varepsilon_{\perp}} \cos\psi'' \sin\varphi}{\frac{1}{\varepsilon_{\perp}} \cos\psi'' \sin\varphi + \sin\psi'' \cos\varphi} A_p, \\
 A_p^e &= \frac{\sin 2\varphi}{\frac{1}{\varepsilon_{\perp}} \cos\psi'' \sin\varphi + \sin\psi'' \cos\varphi} A_p, \\
 R_s &= \frac{\sin 2\varphi - \varepsilon_{\perp} \sin 2\psi'}{\varepsilon_{\perp} \sin 2\psi' + \sin 2\varphi} A_s, \\
 A_s^o &= \frac{2\varepsilon_{\perp} \sin 2\varphi}{\varepsilon_{\perp} \sin 2\psi' + \sin 2\varphi} A_s.
 \end{aligned} \tag{1.21}$$

По аналогии со случаем изотропных сред найдем такой угол падения, при котором отраженная волна будет полностью поляризованной, т.е. $R_p=0$,

так что $tg\psi'' = \frac{1}{\varepsilon_{\perp}} tg\varphi$. С помощью закона преломления для одноосных кристаллов для угла полной поляризации (угол Брюстера) получается формула

$$\sin^2 \varphi = \frac{\varepsilon_{\parallel} - \varepsilon_{\perp} \varepsilon_{\parallel}}{1 - \varepsilon_{\perp} \varepsilon_{\parallel}}, \quad (1.22)$$

обобщающая на этот случай обычное соотношение $tg\varphi = n$ для изотропных сред.

Аналогичный результат с заменой $\varepsilon_{\perp}$ на $\varepsilon_{\parallel}$ и наоборот получается и для угла полной поляризации в этом случае, когда пластинка из одноосного кристалла вырезана параллельно оптической оси. Из (1.22) следует, что в отличие от изотропных сред, свет, отраженный от кристалла под углом Брюстера, вовсе не перпендикулярен ни обыкновенной, ни необыкновенной волнам или лучам в кристалле.

В [30] утверждается, что полное рассмотрение вопроса об отражении света от прозрачных кристаллов проведено в работах [36,37] Филипповым и Федоровым. Показано, в частности, что в отличие от изотропных сред угол поворота плоскости поляризации линейно-поляризованной волны при отражении зависит от азимута направления колебаний падающей волны.

Получены все необходимые соотношения, описывающие и полное внутреннее отражение. Подробный анализ приведенных показывает, однако, что говорить о полной разработке вопросов, связанных с отражением света от прозрачных анизотропных кристаллов, преждевременно. Яркой иллюстрацией к сказанному являются работы [38,39], в которых представлены результаты исследований реально существующего явления «четырёхлучеотражения». Оно не предсказывалось ни в одном из классических трудов по кристаллооптике, а ранее не было зафиксировано экспериментально, вероятно, в связи с редким сочетанием геометрии элементов из кристаллов и направления луча, при котором явлением наблюдается. В [38,39] показано, что можно вырезать кристалл таким образом, что один падающий луч при отражении от наклонной грани внутри

кристалла возбуждает четыре луча – два обыкновенных и два необыкновенных, идущих в разных направлениях. Это происходит вследствие того, что плоскости главного сечения для падающего и отраженного лучей не совпадают. Эксперимент был выполнен на призме, вырезанной из одноосного кристалла ниобата лития LiNbO_3 . Вид сверху на эту призму приведен на рисунке 14.

Луч 1 гелий - неоновый лазер ($\lambda = 0,6328$ мкм) проходит через призму и падает на наклонную грань 2, расположенную под углом 45° к одной из боковых граней 3. На этой грани 2 происходит полное внутреннее отражение, из призмы выходят четыре луча 4-7, распространяющихся в нескольких различных направлениях. Плоскости падения и отражения лучей совпадают с плоскостью рис.13. Угол падения луча 1 β равен 45° . Углы отражения γ для четырех лучей разные. Два луча 4, 6 – обыкновенные, два луча 5, 7 – необыкновенные. Нормаль к поверхности отражения обозначена цифрой 8. Оптическая ось расположена в плоскости ZZ, перпендикулярной направлению луча 1 и составляет угол 45° с плоскостью.

Все отраженные лучи лежат в одной плоскости. Углы отражения γ имеют индексы γ_{eo} , γ_{ee} , γ_{oo} , γ_{oe} , соответствующие типам взаимодействия лучей в кристалле. Например, для γ_{eo} первый индекс (е) говорит о том, что луч 1, падающий на наклонную грань призмы, является необыкновенным, второй индекс (о) – отраженный луч – обыкновенный. Таким образом, для взаимодействий $e \rightarrow o$ (луч 4) и $o \rightarrow e$ (луч 7) происходит анизотропное отражение лучей от наклонной грани призмы с поворотом плоскости поляризации при отражении. Законы отражения для лучей 4-7 в [51, 52] записаны в следующем виде:

$$n_e \sin \beta = n_o \sin \gamma_{eo}, \quad (1.23)$$

$$n_e \sin \beta = n_e(\gamma_{ee}) \sin \gamma_{ee}, \quad (1.24)$$

$$n_o \sin \beta = n_o \sin \gamma_{oo}, \quad (1.25)$$

$$n_o \sin \beta = n_e(\gamma_{oe}) \sin \gamma_{oe}. \quad (1.26)$$

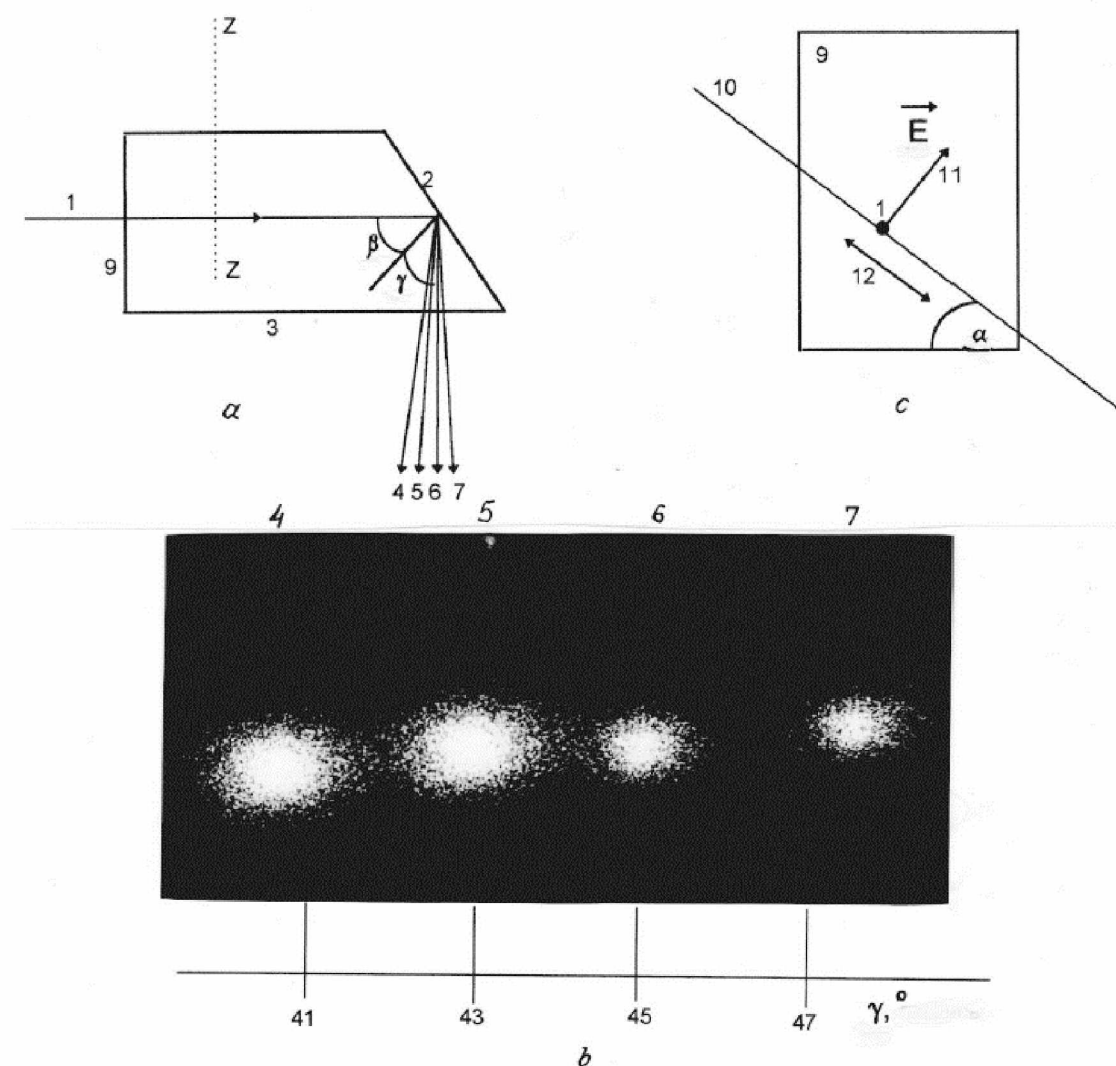


Рисунок 14. Ход лучей в кристалле $LiIO_3$ при полном отражении (a , c) и экспериментальное наблюдение отраженных лучей (b): ZZ – плоскость, перпендикулярная плоскости рисунка. Оптическая ось находится в плоскости ZZ и в то же время расположена по углом 45° к плоскости рисунка. 1 – лазерный луч; 2, 3 – грани кристалла; 4–7 – отраженные лучи; 8 – нормаль к поверхности отражения; 9 – входная грань кристалла; 10 – оптическая ось кристалла; 11 – направление вектора $\vec{E}$ для падающего лазерного луча 1; 12 – направление пропускания поляроида; β – угол падения; γ – угол отражения; α – угол между оптической осью 10 и верхней или нижней гранью призмы. Индексы «о» и «е» соответствуют обыкновенным и необыкновенным лучам. Стрелками указано направление вектора напряженности $\vec{E}$ электрического поля для отраженных световых лучей (b).
 Типы взаимодействий: 4 - $e \rightarrow o$; 5 - $e \rightarrow e$; 6 - $o \rightarrow e$; 7 - $o \rightarrow o$. Углы отражения, градусы: 4 – 40,9; 5 – 42,8; 6 – 45,7; 7 – 47,52.

Во всех случаях угол падения $\beta = 45^0$. Показатели преломления $n_o = 1,8830$, $n_e = 1,7367$ ($\lambda = 0,6328\text{мкм}$) [40]. Для интенсивностей лучей I в [39] приведены следующие соотношения:

$$I_{eo} = 0,5I \sin^4 \alpha_1, \quad (1.27)$$

$$I_{ee} = 0,5I \sin^4 \alpha_1, \quad (1.28)$$

$$I_{oo} = 0,25I \sin^2 2 \alpha_1, \quad (1.29)$$

$$I_{oe} = 0,25I \sin^2 2 \alpha_1. \quad (1.30)$$

Само явление четырехлучеотражения интерпретируется следующим образом.

При попадании лазерного луча 1 в призму он преобразуется в два луча – обыкновенный и необыкновенный, идущие в одном направлении, перпендикулярном оптической оси кристалла призмы. В этом случае для лучей, падающих на наклонную грань Z призмы, плоскость главного сечения расположена под углом 45^0 к плоскости рисунка 14а и проходит через падающий луч.

Для отраженных лучей плоскость главного сечения составляет угол 90^0 с плоскостью рисунка 14а, а, кроме того, располагается перпендикулярно плоскости главного сечения для падающих лучей. При таком расположении плоскостей главного сечения любой из лучей, падающий на наклонную грань Z (обыкновенного или необыкновенного), имеет компоненту вектора $\vec{E}$, расположенную под углом, не равным нулю или 90^0 , по отношению к плоскости главного сечения для отраженных лучей. Эта компонента $\vec{E}$ и возбуждает два отраженных луча – обыкновенный и необыкновенный. Таким образом, падающий обыкновенный луч 1 возбуждает два отраженных луча – обыкновенный и необыкновенный. Также и падающий необыкновенный луч возбуждает при отражении от грани 2 два луча – необыкновенный и обыкновенный. Из призмы выходят четыре луча, идущих в разных направлениях. Тот факт, что данный эффект четырехлучеотражения ранее экспериментально не наблюдался и, соответственно, не упоминался в трудах по кристаллооптике, объясняется в [38,39] тем, что эффект проявляется

только при определенной, обычно не используемой конфигурации образца, вырезанного из кристалла – с особым расположением оптической оси кристалла по отношению к грани, от которой отражается прошедший до наклонной грани луч.

Внимательный анализ публикаций [38,39] показывает, однако, что если с экспериментальной точки зрения описанное явление четырехлучеотражения света, безусловно, весьма интересно, то ни его теоретические пояснения, ни приведенные математические выкладки не являются корректными и информативными. Наиболее очевидно это в отношении формул (1.27) – (1.30). Действительно, складывая их левые и правые части, имеем:

$$I_{eo} + I_{ee} + I_{oo} + I_{oe} = I \left(\sin^4 \alpha_1 + \frac{1}{2} \sin^2 2\alpha_1 \right) = \sum I_i \quad (1.31)$$

Поскольку $\sum I_i = I$ (поглощение в [38,39] не учитывается), имеем

$$\begin{aligned} \sin^4 \alpha_1 + \frac{1}{2} \sin^2 2\alpha_1 &= 1 = \sin^4 \alpha_1 + \frac{1}{2} (2 \sin \alpha_1 \cos \alpha_1)^2 = \sin^4 \alpha_1 + \\ 2 \sin^2 \alpha_1 \cos^2 \alpha_1 &= \sin^4 \alpha_1 + 2 \sin^2 \alpha_1 (1 - \sin^2 \alpha_1) = \sin^2 \alpha_1 (2 - \sin^2 \alpha_1) \end{aligned} \quad (1.32)$$

Совершенно очевидно, что в общем случае (для произвольного угла α между оптической осью и верхней или нижней гранью призмы) выражение $\sin^2 \alpha_1 (2 - \sin^2 \alpha_1) = 1$ представляет собой не тождество, а является уравнением, имеющим вполне определенное решение $\sin^2 \alpha_1 = 1$, откуда $\alpha_1 = 90^\circ$, что не соответствует даже значению $\alpha_1 = 45^\circ$, которое использовалось в реальной оптической схеме.

Что касается формул (1.23–1.26), то из них следует, что в действительности из четырех углов отражения γ_i рассчитаны могут быть только γ_{e-o} и γ_{o-e} , в то время как в правых частях формул (1.24) и (1.26) стоят произведения неизвестных величин – $n_e(\gamma_{ee}) \sin \gamma_{ee}$ и $n_e(\gamma_{oe}) \sin \gamma_{oe}$, которые сами подлежат определению.

Здесь следует заметить, что и в тех классических изданиях [4,20, 22,37], на которые имеются ссылки в [38,39], фактически отсутствуют разработанные способы нахождения направлений преломленных волн и

лучей в одноосных и, тем более, двуосных кристаллах для случаев произвольных взаимных ориентаций падающих лучей, нормалей к поверхностям кристаллов и осей кристаллофизической системы координат. Отсутствуют и точные выражения для коэффициентов отражения волн с различной поляризацией – R_p и R_s .

Нельзя не обратить внимание на то, что на представленной в [39] экспериментальной картине, снятой ортогонально грани 3 призмы из йодата лития, четыре пятна, соответствующие выходящим из кристалла лучам, не лежат, вопреки процитированному тексту, на одной прямой и в одной плоскости (рисунок 14b).

Таким образом, несовершенство методов расчета направлений волновых и лучевых векторов преломленного или отраженного внутри оптической среды света сказывается на корректности качественных и количественных результатов не только при решении классических задач, но и при исследованиях, связанных с ранее не известными оптическими эффектами и явлениями.

Изохромами в коноскопических картинах называются интерференционные линии, соответствующие одинаковым разностям фаз для волн, исходящих из одного падающего на кристалл луча. В случае одноосного кристалла – это обыкновенная и необыкновенная волны, в случае двуосного кристалла – это две необыкновенные волны.

Изогирами называются темные области в коноскопической картине. Их происхождение не связано с разностью фаз, а определяется только направлениями колебаний. В случае одноосного кристалла [15] проекции направлений колебаний световых волн в кристалле на входную плоскость совпадают с двумя прямыми, которые проходят через выход оптической оси (т.е. точку пересечения бинормали с выходной плоскостью пластинки) и параллельны направлениям колебаний поляризатора и анализатора. Поэтому одна из волн с такими направлениями волнового вектора не возбуждается падающим поляризованным светом, а вторая гасится анализатором. В ряде

работ [4,15,18,20] говорится о том, что изогирь одноосного кристалла (при совпадении оптической оси с нормалью к кристаллу) образуют «мальтийский крест». Действительно, изогирь одноосного кристалла при совпадении оси и нормали напоминают этот крест – символ, имеющий четыре одинаковые балки, как это видно на снимке, полученном в настоящей работе (рисунок 15).

Однако само понятие мальтийского креста не является строгим, а уравнения, описывающие форму кривых ограничивающих как балки креста, так и изогирь, отсутствуют, соответственно, в математической литературе и в литературе, связанной с методом коноскопии.

Тем интереснее, что, в отличие от более простого случая одноосных кристаллов, для существенно более сложного случая двуосных кристаллов имеется не подкрепленное никакими математическими выкладками утверждение, согласно которому при совпадении нормали биссектрисы угла между осями изогирь ограничены гиперболами с вершинами в точках выхода оптических осей [15].

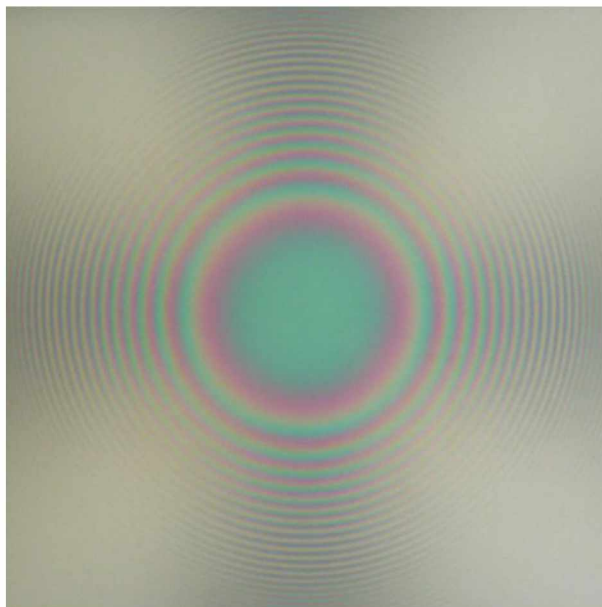


Рисунок 15. Изогирь в виде мальтийского креста в коноскопической картине одноосного монокристалла парателлурита (нормаль к кристаллу, оптическая ось и направление наблюдения совпадают)

Причем это, якобы, прямо следует из теоремы Френеля, хотя в ней вообще рассматривают только волны, распространяющиеся внутри кристаллов. Таким образом, и в отношении наиболее простой и наглядной части теории коноскопических картин, касающейся формы кривых, ограничивающих изогир, можно отметить невысокий уровень известных современных и классических разработок. Здесь следует сослаться на относительно современную работу [41], автор которой, проанализировав наиболее значимые публикации, связанные с изогирями [42–44] отмечает, «что, казалось бы, при более чем столетнем возрасте коноскопия должна иметь тщательно отработанную теоретическую базу. В действительности же положение дел обратное: теория метода не только далека от завершения, но что особенно пагубно, в своем развитии она застыла на уровне начала XX века». Об этом писал и А.В. Шубников [42], имея в виду кристаллооптику в целом, и, следовательно, её составную часть – коноскопию. Далее в качестве примера в [41] приводится тот факт, что из-за отсутствия теоретических предпосылок, до настоящего времени не разработаны способы коноскопического измерения угла оптических осей и ориентировки оптической индикатрисы в нецентрированных (косых) сечениях кристаллов. Результаты исторического анализа исследований изогир в [41] сводятся к тому, что все попытки описать изогирю на языке математики сводятся к трем моделям: гиперболической, скиндромной и векторной. Первые модели, как физически несостоятельные (в Современной кристаллографии, Т.4 [15] используется именно одна из двух - гиперболическая), должны быть отвергнуты. Векторная модель дает хорошие результаты, но ее реализация связана со сложной вычислительной процедурой. Другим ее недостатком является использование в качестве входных параметров не координат оптических осей, а показателей преломления n_g , n_m , n_p и ориентировки оптической индикатрисы (ещё три параметра), из-за чего создается ложное представление о невозможности решения обратной коноскопической задачи (определения по изогире угла оптических осей и ориентировки оптической

индикатрисы). Из самой постановки этой задачи в [41] и в более поздних работах следует, что до настоящего времени не разработана универсальная модель, пригодная для расчетов формы изогир при любых сечениях кристаллов. Еще более это характерно по отношению к теории и экспериментальным исследованиям формы изохром.

1.2. Известные методы расчета формы изохром в коноскопических картинах одноосных и двуосных кристаллов.

Следует сразу же отметить и подчеркнуть, что во всех известных публикациях, связанных с расчетами форм изохром как для одноосных, так и для двуосных кристаллов, используются те или иные упрощения и приближения. Также характерно, что ни в одной из известных работ обоснованность сделанных в них приближений не обсуждается и не доказывается. Не рассматриваются и возможные экспериментальные подтверждения малости расхождения между результатами приближенных расчетов и истинными формами изохром.

Вероятно, одно из первых, подробное и наиболее точное из приближенных, математическое описание формы изохром в коноскопических картинах одноосных кристаллов дано М. Борном и Э. Вольфом в работе [20]. Вычисления разности фаз между волновыми фронтами обыкновенного и необыкновенного лучей иллюстрируются в [20] рисунком, на котором в настоящей работе изменены лишь некоторые обозначения (рисунок 16). Здесь SA , AB_o , AB_e – волновые нормали к падающей и двум преломленным волнам в точке A C_r – кристалла.

Далее в уравнениях используются следующие обозначения: λ – длина волны в первой среде (воздух или вакуум), $\lambda_o = \frac{\lambda}{n_o}$, $\lambda_e = \frac{\lambda}{n_e}$ – длины обеих преломленных волн, α , β_o и β_e – угол падения и два угла преломления, θ – среднее углов β_o и β_e , L – линза (или проекционная система), F – точка в фокальной плоскости линзы (или проекционной системы), в которой

интерферируют обыкновенная и необыкновенная волны. Лучи выходят из кристалла параллельно друг другу и волновой нормали к падающей волне с разностью фаз δ :

$$\delta = 2\pi \left(\frac{AB_e}{\lambda_e} + \frac{B_e C}{\lambda} + \frac{AB_o}{\lambda_o} \right) \quad (1.33)$$

где $AB_o = \frac{h}{\cos \beta_o}$, $AB_e = \frac{h}{\cos \beta_e}$ и $B_e C = B_e B_o \sin \alpha = h \sin \alpha (tg \beta_o - tg \beta_e)$ (1.34)

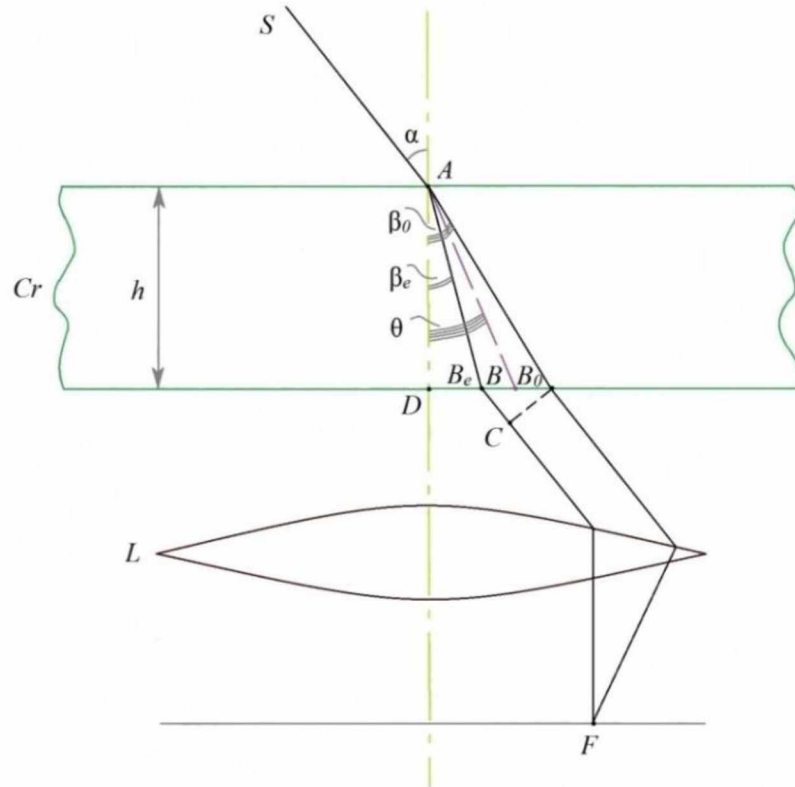


Рисунок 16. К определению разности фаз, приобретаемой двумя волнами, прошедшим через плоскопараллельную пластину из одноосного положительного кристалла [20]

После подстановки выражения (1.34) в (1.33) и использования закона преломления $\left(\frac{\sin \alpha}{\lambda} = \frac{\sin \beta_o}{\lambda_e}, \frac{\sin \beta_o}{\lambda_o} = \frac{\sin \alpha}{\lambda} \right)$ в [20] получено абсолютно точное выражение для разности фаз:

$$\delta = \frac{2\pi h}{\lambda} (n_e \cos \beta_e - n_o \cos \beta_o) \quad (1.35)$$

В данном выражении известны (h, λ, n_o) или могут быть легко вычислены $(\cos \beta_o)$ все величины, кроме угла преломления β_e и соответствующего ему показателя преломления n_e необыкновенной волны. Более того, ни в одной из известных работ не представлены точные выражения для n_e в зависимости от угла падения α для заданного угла ψ между нормалью к поверхности кристалла и его оптической осью. Безусловно, уравнение Френеля позволяет легко рассчитывать показатель преломления n_e необыкновенной волны, уже распространяющейся в известном направлении в кристалле. Но в нашем случае само это направление подлежит определению. Именно поэтому в [32] сначала применяется приближение, состоящее в том, что вводится некий средний угол θ между углами преломления β_o и β_e . Точка В на рисунке 16 указывает место выхода такой усредненной нормали волновых фронтов на нижней поверхности кристалла. Всего в [20] используются только два приближения, вследствие чего выводы, сделанные в этой работе, отличаются наибольшей реалистичностью и прямо не содержат ошибочных положений. Во всех других работах, связанных с коноскопией одноосных и двуосных кристаллов [2,5,12,15–17,34], кроме работ [1,19,31,32,33,45–49], сделаны дополнительные приближения, в результате чего в них получены выводы, искажающие истинный вид изохром и даже допускающие возможные грубые ошибки при оценках оптической однородности, вида оптической индикатрисы, величин механических напряжений и их локализацией в кристаллах.

В [20] точное выражение (1.35) заменяется на приближенное на основании малости разности $n_e - n_o$ по сравнению с n_e и n_o , после чего разность фаз δ оказывается равной:

$$\delta = \frac{2\pi h}{\lambda \cos \theta} (n_e - n_o), \quad (1.36)$$

где θ – среднее углов β_o и β_e , а величина $\frac{h}{\cos \theta}$ – представляет собой средний путь двух волн в кристалле, а после умножения на $(n_e - n_o)$ – соответствующую оптическую разность хода.

Все изохромы в [20] получают, строя вокруг точки А поверхности постоянной разности фаз $\delta(h, \theta) = \text{const}$, для чего используют полярный радиус

$$\rho = AB = \frac{h}{\cos \theta}, \quad (1.37)$$

а также приближенный угол ν , который АВ образует с направлением оптической оси. В одноосном кристалле показатели преломления, соответствующие направлению волновой нормали, образующей угол ν с оптической осью, связаны согласно [20], соотношением

$$\frac{1}{n_o^2} - \frac{1}{n_e^2} = \left(\frac{1}{N_o^2} - \frac{1}{N_e^2} \right) \sin^2 \nu, \quad (1.38)$$

где $n_o = N_o$ и N_e - главные значения показателей преломления обыкновенной и необыкновенной волны. Здесь в [20] делается второе приближение. В силу малости разности показателей преломления n_e и n_o по сравнению с их величинами, выражение (1.38) заменяется на приближенное

$$n_e - N_o = (N_e - N_o) \sin^2 \nu. \quad (1.39)$$

После подстановки (1.39) в (1.38) в (1.37) получается формула для разности фаз δ

$$\delta = \frac{2\pi\rho}{\lambda} (N_e - N_o) \sin^2 \nu = \frac{2\pi h}{\lambda \cos \theta} (N_e - N_o) \sin^2 \nu, \quad (1.40)$$

в которую входят уже две приближенные величины θ и ν – угол преломления и угол между оптической осью и средней нормалью волновых фронтов.

Далее записываем уравнение для поверхности постоянной разности фаз

$$\rho \sin^2 \nu = c \quad (c=\text{const}). \quad (1.41)$$

Затем вводится декартова система координат с осью Z, направленной вдоль оптической оси и, в соответствии с [20], поверхности постоянной разности фаз определяются уравнением

$$(x^2 + y^2)^2 = c^2(x^2 + y^2 + z^2) \quad (1.42)$$

Далее в [20] указывается, что все изохромы можно определить, взяв сечения поверхности (1.42) плоскостями, находящимися на различных расстояниях h от начала координат. Анализ формы соответствующих кривых пересечения носит в [20] качественный характер. Он содержит правильное утверждение, согласно которому, в случае совпадения нормали к граням с оптической осью, изохромы имеют вид окружностей. Неправильные выводы состоят в том, что, если нормаль к граням образует небольшой угол с оптической осью, изохромы сливаются и переходят в эллипсы, если же эта нормаль образует большой угол с оптической осью, изохромы приближаются по форме к гиперболам. Выведенная с двумя приближениями формула для поверхности равных фаз является поверхностью четвертого порядка, и при ее пересечениях кривые в общем случае не могут быть кривыми второго порядка.

В [15] приведено такое же, как в [20], приближенное выражение для разности фаз δ между обыкновенной и необыкновенной волнами, а затем авторы сделали ещё два упрощения. В силу малости углов преломления считалось, что $(\cos \theta)^{-1} \approx 1 + \frac{1}{2} \sin^2 \theta$. Следующее приближение заключалось в разложении в ряд квадратного корня в выражении для полярного радиуса $\rho = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$, $z = h$ после введения системы координат x, y, z , в которой плоскость xy – это плоскость наблюдения коноскопической картины. В результате указанных приближений в [15] получено выражение для разности фаз

$$\delta = \frac{2\pi}{h\lambda} (N_e - N_o) \left[x^2 \left(\cos^2 \psi - \frac{1}{2} \sin^2 \psi \right) + y^2 \left(\cos^2 \psi + \frac{1}{2} \sin^2 \psi \right) - \right. \\ \left. - hx \sin 2\psi + h^2 \sin^2 \psi \right], \quad (1.43)$$

где ψ – угол между оптической осью и нормалью к кристаллу. Поверхность равных фаз $\delta = \text{const}$ в работе [15], в отличие от [20], является уже поверхностью не четвертого, а второго порядка. Анализ выражения (1.43) показывает, что при $\psi = 0$ изохромами, как и в [20], являются окружности.

При $\operatorname{tg}\psi < \sqrt{2}$ изохромами должны быть эллипсы, а при $\operatorname{tg}\psi > \sqrt{2}$ – гиперболами. Вопрос об изменении формы изохром в зависимости от их порядка, т.е. при изменении разности фаз δ , для коноскопических картин одного и того же кристалла в [15], как и в [20] не рассматривался.

Методы расчета формы изохром, использованные в работах [4,12,16,17,34], не отличаются от метода, изложенного в [15], ни по формулам (с точностью до обозначений), ни по выводам.

В работе [17] использовано такое же приближенное выражение (1.43) для показателя преломления необыкновенной волны n_e , как и в работе и в работе [30], однако правильное выражение для разности хода Δ между обыкновенной и необыкновенной записано в другой форме

$$\Delta = h \sin \alpha (ctg\beta_e - ctg\beta_o). \quad (1.44)$$

Далее в [17] представлено также приближенное выражение для $ctg\beta_e$, в которое входит приближенный угол ν между некоей усредненной волной и оптической осью. В отличие от [15], при разложении радикалов в ряды по малому параметру α (углу падения) в формулах для $ctg\beta_e$ и $ctg\beta_o$ учтено большее число членов. Вследствие этого итоговое выражение для разности хода Δ $\left(\delta\varphi = \frac{2\pi\Delta}{\lambda}\right)$ между необыкновенной и обыкновенной волнами в зависимости от координат x, y точки в коноскопической картине оказывается более громоздким и имеет вид

$$\Delta = h \left(A + B \frac{y}{f^2} + C \frac{x^2}{f^2} + D \frac{y^2}{f^2} \right), \quad (1.45)$$

где f – фокусное расстояние объектива, проектирующего на плоскость наблюдения, выходящие из кристалла лучи, а коэффициенты A, B, C, D вычисляются согласно формулам

$$\begin{aligned} A &= \frac{N_o N_e - \sqrt{N_o^2 \sin^2 \psi + N_e^2 \cos^2 \psi}}{N_o \sqrt{N_o^2 \sin^2 \psi + N_e^2 \cos^2 \psi}}, & B &= \frac{(N_o^2 - N_e^2) \sin \psi \cos \psi}{N_o^2 \sin^2 \psi + N_e^2 \cos^2 \psi} \\ C &= \frac{N_e \sqrt{N_o^2 \sin^2 \psi + N_e^2 \cos^2 \psi} - N_o^2}{2 N_o N_o \sqrt{N_o^2 \sin^2 \psi + N_e^2 \cos^2 \psi}}, & D &= \frac{(N_o^2 \sin^2 \psi + N_e^2 \cos^2 \psi)^{\frac{3}{2}} - N_o^2 N_e}{2 N_o (N_o^2 \sin^2 \psi + N_e^2 \cos^2 \psi)^{\frac{3}{2}}} \end{aligned} \quad (1.46)$$

Несмотря на более сложные формулы для этих коэффициентов по сравнению с выражением (1.43), поверхности равных разностей хода (разностей фаз) $\Delta = \text{const}$ в [17], как и в [15], оказываются поверхностями второго порядка. Соответствующие изохромы – линии пересечения такой поверхности (параболоид вращения) плоскостями в общем случае должны быть кривыми второго порядка, среди которых в [17] упоминаются только окружности (в случае, когда оптическая ось ортогональна поверхностям, т.е. при $\psi=0$), а также гиперболы (в случае, когда оптическая ось ортогональна падающему на кристалл лучу, т. е. при $\psi = 90^\circ$). Промежуточные случаи $0 < \psi < 90^\circ$ в [17] подробно не рассматриваются. Не рассматриваются и изменения вида изохром в зависимости от их порядка, т.е. в зависимости от разности хода Δ . В [17] содержится также не совсем корректное (даже в рамках выведенных в этой работе соотношений) утверждение, согласно которому при малых, и не равных нулю значениях ψ , изохромы имеют вид окружностей, слегка смещенных относительно нормали к плоскости кристаллической пластинки.

Еще большим количеством упрощений, приближений и связанных с ними неточностей отличаются все работы, в которых описываются коноскопические картины двуосных кристаллов. Возможно, наиболее ярко этим характеризуется монография [20], как одна из самых подробных публикаций, связанных с теорией изохром. В ней говорится о том, что аналитически значение показателей преломления волн в зависимости от направления волнового вектора определяются уравнением Френеля (1.8) или (1.9). Для его упрощения направление волнового вектора задают не направляющими конусами углов n_x^0 , n_y^0 , n_z^0 с главными осями тензора диэлектрической проницаемости, а двумя углами φ_1 , φ_2 , которые волновой вектор составляет с оптическими осями кристалла. В результате получают уже неточные выражения, определяющее разность показателей преломления волн n' и n'' , распространяющихся в кристалле по этому направлению:

$$\frac{1}{(n')^2} - \frac{1}{(n'')^2} = \left(\frac{1}{\varepsilon_x} - \frac{1}{\varepsilon_z} \right) \sin\varphi_1 \sin\varphi_2, \quad (1.47)$$

где φ_1, φ_2 – углы, образованные волновыми векторами волн с оптическими осями. Далее следует второе упрощение. Двупреломление в [20] считается малым, после чего записывается следующее выражение для разности фаз между двумя волнами

$$\delta = \frac{2\pi\rho}{\lambda} (n_x - n_z) \sin\varphi_1 \sin\varphi_2, \quad (1.48)$$

где ρ – путь волны в кристалле. Далее в [20] определяется вид изохром в случае пластинки, ориентированной перпендикулярно острой биссектрисе угла между оптическими осями. Через a_1 и a_2 обозначаются расстояния между выходами осей N_1, N_2 и выходом направления волнового вектора N световых волн на верхней пластинке, через α_1, α_2 – углы между ON_1, N_1N и ON_2, N_2N (рисунок 17).

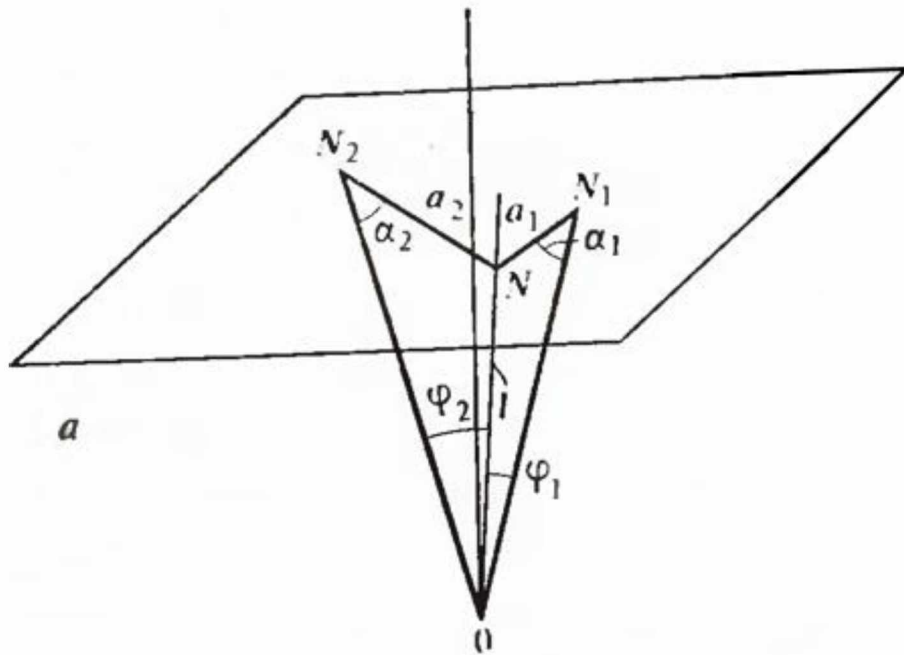


Рисунок 17. К выводу уравнения изохром в коноскопических картинах двусосных кристаллов, приведенному в работе [20]

Для синусов углов φ_1, φ_2 даны формулы

$$\sin\varphi_1 = \frac{a_1}{\rho} \sin\alpha_1, \quad \sin\varphi_2 = \frac{a_2}{\rho} \sin\alpha_2, \quad (1.49)$$

из которых следует соотношение для кривых одинаковых фаз

$$\left(\frac{a_1 a_2}{\rho}\right) \sin \alpha_1 \sin \alpha_2 = \text{const} \quad (1.50)$$

Таким образом, после двух упрощений, сделанных в [20], получена формула (1.50), которая подвергается ещё трем упрощениям, количественное и качественное влияние которых на искажения истинного вида изохром также, как и в случае первых двух упрощений, даже не обсуждается. Угол между бинормальными считается малым, углы α_1 и α_2 считаются малыми ($\sin \alpha_1 \approx \sin \alpha_2 \approx 1$), и наконец пути волн ρ в кристалле считаются постоянными. В итоге получается «приближенное уравнение овалов Кассини»

$$a_1 a_2 = \text{const} . \quad (1.51)$$

Овалы Кассини, как известно, являются плоскими кривыми четвертого порядка [15]. Итак, для двуосных кристаллов в результате приближений, влияние которых на искажения истинного вида кривых – изохром не рассматривалось, получено уравнение четвертого порядка. В настоящей диссертации (это будет показано далее) установлено, что у одноосных кристаллов изохромы в общем случае являются кривыми восьмого порядка, а не второго порядка, как это следует из расчетов, в которых используются рассмотренные приближения. Исходя из напрашивающихся аналогий, можно предполагать, что истинные кривые – изохромы кристаллов двуосных должны иметь порядок не ниже шестнадцатого, возможно, и тридцать второго. Именно поэтому в настоящей работе, в ходе которой выяснилось, что установление точного вида уравнения изохром и его анализ даже для одноосных кристаллов являются достаточно сложными, такая задача в отношении двуосных кристаллов не была поставлена. Однако теоретические и экспериментальные методы, развитые в данной работе, будут, безусловно, полезными и при решении более сложного вопроса об изохромах двуосных кристаллов.

Что касается анализа публикаций, посвященных исследованиям форм изохром одноосных кристаллов, то он приводит к следующим выводам:

- Ни в одной из известных работ при получении выражения для разности фаз δ (разности хода Δ) между необыкновенной и обыкновенной волнами не представлены точные формулы для угла преломления необыкновенных волн β_e и показателя преломления n_e , как функций от угла падения α и ориентации нормали к поверхностям кристалла относительно кристаллографической системы координат.
- Вместо них используются приближенные соотношения для некоторого среднего угла преломления и средних углов между оптической осью и преломленными волнами.
- В зависимости от количества и характера сделанных приближений и упрощений, поверхности фаз в наиболее строгой математической работе [20] оказываются поверхностями четвертого порядка. В остальных работах, где они рассматриваются – поверхностями второго порядка. Тем не менее, во всех публикациях в качестве возможных изохром, как линий пересечения поверхностей равных фаз плоскостями, указывают только кривые второго порядка – окружности, эллипсы и гиперболы.
- Ни в одной из работ нет анализа изменений формы изохром в зависимости от их порядка в коноскопической картине кристалла.
- Ни в одной из работ не представлены полученные экспериментально коноскопические картины, которые являлись бы подтверждением теоретически предсказанных в этих работах форм изохром. Исключением являются два наиболее тривиальных случая: оптическая ось ортогональна поверхностям кристалла; оптическая ось лежит в плоскости, параллельной поверхности кристалла.
- Отсутствует какой-либо анализ причин нарушений теоретической формы изохром в реальных кристаллах с оптическими неоднородностями.
- Отсутствует анализ интенсивности света в изохромах в зависимости от их порядка.

- Ни в одной из публикаций, в которых представлены уравнения изохром или их изображения, не рассматривался вопрос о максимальном числе наблюдаемых изохром в коноскопической картине, в зависимости от параметров кристалла и соответствующей оптической схемы – фокусного расстояния проекционных систем, толщины кристалла, угловой апертуры светового пучка, падающего на кристалл.

Указанные выводы говорят о том, что правильное количественное и качественное описание формы изохром одноосных кристаллов невозможно без получения строгого, выведенного без каких-либо упрощений, способа расчета линий равной разности хода обыкновенной и необыкновенной волн в плоскости наблюдения коноскопических картин, при котором учитывались бы истинные направления волнового вектора необыкновенной волны.

1.3. Традиционные и новые применения коноскопии в науке и технике.

К традиционным применениям метода коноскопии относятся [4, 11,15–17,42,47]:

- Определение осности кристалла, т.е. установление того, является ли кристалл оптически изотропным, одноосным или двуосным.
- Определение знака кристалла (для двулучепреломляющих кристаллов).
- Приблизительная ориентация одноосных кристаллов по виду изохром. Наиболее удобная в этом случае ориентация соответствует ортогональности оптической оси входной и выходной поверхностям кристалла, поскольку изохромы с абсолютной достоверностью должны представлять собой систему концентрических окружностей с центрами в точке выхода оптической оси. Другая ориентация – это коллинеарность поверхностей кристалла и оптической оси, при которой картина изохром имеет центром симметрии точку выхода нормали, а сами изохромы представляют собой четыре семейства гиперболических кривых, только напоминающих классические гиперболы – кривые второго порядка (на

самом деле, как показано в настоящей работе, это кривые четвертого порядка).

- Приблизительная ориентация двуосных кристаллов. Теория изохром в коноскопических картинах двуосных кристаллов в случаях, когда нормаль не совпадает ни с биссектрисой острого угла между осями, ни с биссектрисой тупого угла между ними, фактически не разработана. Поэтому единственная ориентация, которую можно наглядно и с большой достоверностью фиксировать и исправлять (путем перешлифовки и переполировки) – соответствует совпадению нормали с биссектрисой острого угла между осями).

- Определение угла между осями двуосных кристаллов.

К новым применениям метода коноскопии относятся [1–4,8,10–13,25,27,47–56]:

- Изучение распределения механических напряжений, определение их величин и знаков, основанные на анализе искажений правильной формы изохром в коноскопических картинах кристаллов, при использовании лазеров в качестве источников света.
- Исследование изменений и инверсий оптического знака кристаллов при нагревании и охлаждении.
- Коноскопическая голография – трехмерная реконструкция структур мутных сред.
- Изучение процессов распространения ПАВ (поверхностных анизотропных волн) по изменениям коноскопических картин в объемах, прилегающих к поверхностям кристаллов.
- Лазерная дефектоскопия крупногабаритных кристаллов.
- Изучение фазовых переходов в кристаллах. Изучение в динамике влияния нагревания кристаллов – светозвукопроводов включенных акустооптических устройств, обусловленного поглощением ультразвука, на оптические искажения в устройствах.

Следует заметить, что за последние несколько лет мировая публикационная активность по тематике, связанной с методом коноскопии, существенно усилилась, что иллюстрируется результатами ее анализа, представленными на рисунках 18–20. Они показывают, что наряду с классическими направлениями в коноскопии (рисунок 18) и, в целом, к исследованиям кристаллов в сходящемся поляризованном свете (рисунок 19), особенно резко увеличивается интерес к лазерным вариантам технического оформления этого метода (рисунок 20).

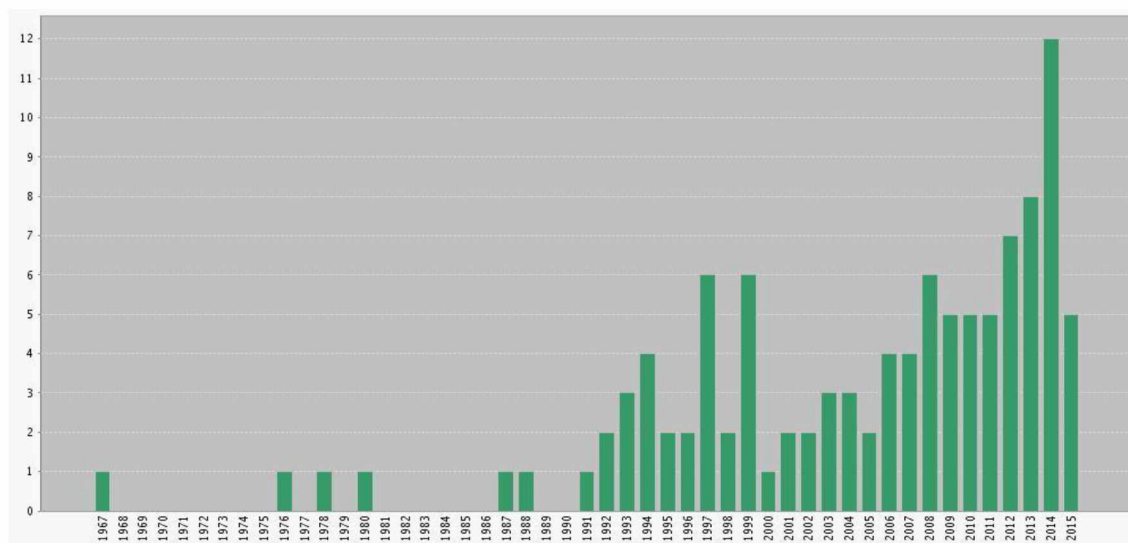


Рисунок 18. Динамика публикаций журнальных статей по ключевому слову «conoscopy»

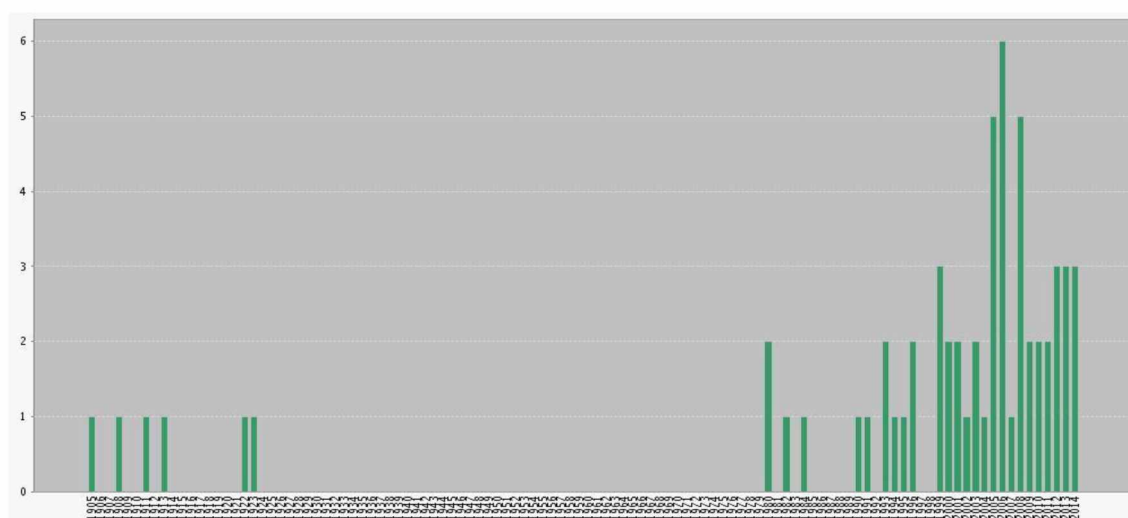


Рисунок 19. Динамика публикаций журнальных статей по ключевому словосочетанию «convergent polarized light»

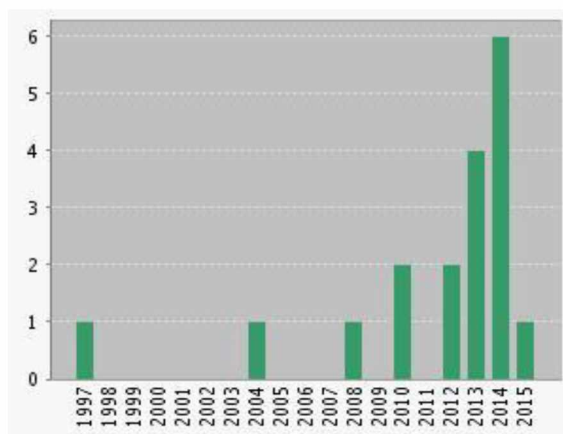


Рисунок 20. Динамика публикаций журнальных статей по ключевому словосочетанию «laser conoscopy»

Таким образом, очевидны тенденции развития метода коноскопии и необходимость создания для него соответствующего точного и удобного математического аппарата. Это подтверждает актуальность представленного диссертационного исследования.

1.4. Оптические свойства одноосных кристаллов парателлуриата, ниобата лития и SBN, как объектов для исследований методом коноскопии

В настоящей работе выбор кристаллов парателлуриата (тетрагональной модификации диоксида теллура $\alpha - TeO_2$), ниобата лития ($LiNbO_3$) и ниобата бария-стронция (SBN, бастрона – $(Sr_xBa_{1-x})Nb_2O_6$) в качестве модельных одноосных кристаллических материалов для экспериментальной проверки полученных уравнений изохром определялся несколькими следующими причинами.

Во-первых, все перечисленные кристаллы практически прозрачны во всем видимом спектральном диапазоне, работа в котором наиболее удобна, наглядна и сопряжена с минимальными трудностями при анализе изображений изохром, полученных с помощью конических пучков лазерных лучей. Отметим, что в парателлуриате иногда наблюдаются слабые полосы поглощения в зеленой части спектра [57], а ниобат лития может иметь слегка

желтую окраску. Однако при этом показатели поглощения света видимого диапазона и у парателлурита, и у ниобата лития, и у SBN достаточно малы ($\alpha < 10^{-2} \text{см}^{-1}$) для того, чтобы небольшие полосы поглощения могли заметно ухудшить качество изображений изохром и существенно уменьшить их информативность, о чем свидетельствуют данные работ [47,58].

Во-вторых, у выбранных кристаллов в видимом диапазоне достаточно велико двулучепреломление (и абсолютное $\Delta N = |N_o - N_e|$, и относительное $\left| \frac{\Delta N}{N_o} \right|$). Это важно, поскольку «густота» линий – изохром в коноскопических картинах тем больше, чем больше указанные величины [47,58]. Кроме того, кристаллы SBN относятся к весьма редкому типу веществ в отношении двулучепреломления, у которых при нагревании до сравнительно невысоких температур ($t < 100^\circ \text{C}$) в видимом диапазоне наблюдается инверсия оптического знака – кристаллы из оптически отрицательных превращаются в оптически положительные, а при температуре, соответствующей инверсии, являются оптически изотропными. При охлаждении все происходит в обратной последовательности. Поэтому очень удобно, зная температурные зависимости показателей преломления $N_o(t)$ и $N_e(t)$, рассчитать согласно выведенным уравнениям точные положения изохром, их количество в поле зрения при различных температурах и проверить правильность теоретических выкладок прямыми экспериментами.

В-третьих, в кристаллах парателлурита наблюдаются необычно высокое для диэлектриков, не являющихся ферромагнетиками, удельное оптическое вращение ρ (вращение плоскости поляризации линейно поляризованного света при его распространении вдоль оптической оси), а также необычно высокая дисперсия оптического вращения $\left(-\frac{d\rho(\lambda)}{d\lambda} \right)$. Величина оптического вращения, безусловно, не может влиять на положение изохром, но влияет на их интенсивность. Однако, поскольку во многих современных работах это влияние исследовано, и накоплен обширный экспериментальный материал

по виду коноскопических картин, его также можно использовать для проверки корректности полученных уравнений изохром.

В-четвертых, и парателлурит, и ниобат лития являются технически ценными, дорогостоящими кристаллами, получаемыми только искусственным путем из расплава – с использованием достаточно сложных высокотемпературных ростовых технологий. При этом, поскольку проблемы дальнейшего повышения оптического качества этих кристаллов по-прежнему актуальны, коноскопические исследования, в результате которых выявляются различные оптические аномалии, имеют и большое прикладное значение [47,48]. Действительно, если локализация в кристалле объемов, в которых наблюдаются отклонения формы изохром от теоретической, известна и может быть соотнесена с ростовыми параметрами (скоростью роста, температурными градиентами, скоростями вращения кристалла и тигля и т.д.), соответствующими времени кристаллизации этих объемов, то появляется возможность целенаправленно корректировать ростовую технологию.

Монокристаллы парателлурита являются основным и самым эффективным материалом для светозвукопроводов акустооптических устройств всех известных типов (модуляторов, дефлекторов, электронно-перестраиваемых фильтров, процессоров, адаптивных дисперсионных линий задержки импульсов фемтосекундных лазеров) [59–63]. Они используются также в качестве материала для изготовления двулучепреломляющих и поляризационных призм. Как показано в работе [64], благодаря высоким значениям констант Верде, парателлурит может применяться в магнитооптических модуляторах света, основанных на прямом эффекте Фарадея. В литературе также описаны оригинальные опыты, в которых один и тот же кристалл парателлурита являлся одновременно и светозвукопроводом, и пьезопреобразователем, излучающим ультразвук в собственном объеме. И, наконец, с недавнего времени парателлурит нашел

применение в ядерной физике – в качестве материала для детектирования актов двойного бета-распада [65].

Кристаллы ниобата лития применяются как материал для устройств нелинейной оптики, испытывались в качестве лазерного материала, но их основное назначение состоит в использовании пьезоэлектрических свойств в разнообразных пьезоэлектрических устройствах. В наиболее массовых масштабах ниобат лития применяется в качестве пьезопреобразователей, излучателей ультразвука акустооптических устройств практически всех типов, включая устройства, работающие в среднем ИК диапазоне (8–12 мкм). Ниже кратко перечислены основные оптические свойства $\alpha - TeO_2$, $LiNbO_3$, SBN.

Парателлури́т

Пропускание	0,35 – 5 мкм [66]
Поглощение	(1 – 2) см ⁻¹ в диапазоне 0,2–0,3 мкм [66], (10 ⁻² – 5 · 10 ⁻³) см ³ в диапазоне 0,35–5 мкм [66,67,68]
Диэлектрические свойства	$\varepsilon_{11} = 21,4$, $\varepsilon_{33} = 24,9$ [46]

Таблица 1. Показатели преломления парателлурита [66, 69]

λ , мкм	n_o	n_e
0,4047	2,4315 ± 0,009	2,6167 ± 0,0010
0,4358	2,3834 ± 0,007	2,5583 ± 0,0008
0,4678	2,3478 ± 0,007	2,5164 ± 0,0008
0,48	2,3366 ± 0,006	2,5036 ± 0,0008
0,5086	2,3150 ± 0,006	2,4779 ± 0,0007
0,5461	2,2931 ± 0,006	2,4520 ± 0,0007
0,5893	2,2738 ± 0,006	2,4295 ± 0,0007
0,6328	2,2597 ± 0,006	2,4119 ± 0,0007
0,6438	2,2562 ± 0,006	2,4086 ± 0,0007

0,690	$2,2450 \pm 0,006$	$2,3955 \pm 0,0007$
0,800	$2,26 \pm 0,0015$	$2,373 \pm 0,0015$
1,00	$2,208 \pm 0,0015$	$2,352 \pm 0,0015$

Для диапазона длин волн 0,35–1,0 мкм известны следующие дисперсионные зависимости показателей преломления обыкновенного и необыкновенного лучей [70]:

$$n_o = 4,7510 + \frac{0,11942}{\lambda^2 - 0,062171}, \quad n_e = 5,3789 + \frac{0,14817}{\lambda^2 - 0,062171}, \quad (1.52)$$

где n_o и n_e – показатели преломления обыкновенного и необыкновенного лучей соответственно, λ – длина волны света в мкм. Более сложный вид дисперсионных зависимостей для кристаллов парателлурита представлен в [69].

$$n_o = \sqrt{1 + \frac{2,5844 \cdot \lambda^2}{\lambda^2 - (0,1342)^2} + \frac{1,1557 \cdot \lambda^2}{\lambda^2 - (0,2631)^2}},$$

$$n_e = \sqrt{1 + \frac{2,8525 \cdot \lambda^2}{\lambda^2 - (0,1342)^2} + \frac{1,5141 \cdot \lambda^2}{\lambda^2 - (0,2631)^2}}. \quad (1.53)$$

Гиротропия (оптическая активность) [6,71,72–73]. Удельное оптическое вращение ρ в парателлурите имеет необычно высокие для кристаллов диэлектриков значения во всем видимом диапазоне – от $87 \frac{\text{град}}{\text{мм}}$ для света с длиной волны $\lambda = 0,633$ мкм до $200 \frac{\text{град}}{\text{мм}}$ [6,7,72] в фиолетовой области спектра, и, в особенности, в ближайшем УФ диапазоне [69,73], в котором величина ρ для длины волны $\lambda = 355$ нм, соответствующей третьей гармонике (3ω) излучения лазеров на ИАГ: Nd^{3+} , составляет $700 \frac{\text{град}}{\text{мм}}$. При этом, согласно [6] дисперсионная зависимость $\rho(\lambda)$ описывается следующей аппроксимационной формулой:

$$\rho^{-1} = a + b\lambda^2 \cdot \ln(\lambda), \quad (1.54)$$

где $a = -0,00310$, $b = 4,17 \cdot 10^{-11}$, ρ – выражено в мкм, λ – в мкм. Обе зависимости, приведенные в [7,73], приведены на рисунке 21.

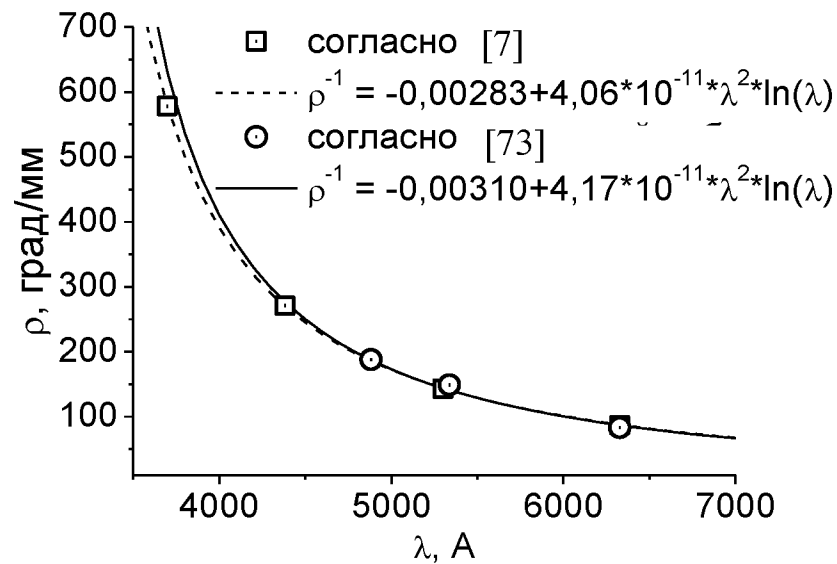


Рисунок 21. Дисперсия оптического вращения в кристаллах парателлурита согласно данным работ [7,73]

Эффект Фарадея. Константа Верде, входящая в уравнение (1.55), описывающее связь поворота плоскости поляризации света, проходящего через кристалл толщиной l вдоль луча с напряженностью магнитного поля H .

$$\varphi = V H l \quad (1.55)$$

имеет также необычно высокие значения для кристаллов неферромагнитных веществ в видимом и ближнем УФ диапазонах спектра у кристаллов парателлурита. Согласно [71], константа Верде для различных длин волн имеет значения:

$$V(\lambda = 533 \text{ нм}) = 6,11 \cdot 10^{-5} \text{ рад} \cdot \text{А}^{-1}, V(\lambda = 633 \text{ нм}) = 3,78 \cdot 10^{-5} \text{ рад} \cdot \text{А}^{-1}, \\ V(\lambda = 355 \text{ нм}) = 12,5 \cdot 10^{-5} \text{ рад} \cdot \text{А}^{-1}.$$

Дисперсионная зависимость константы Верде для парателлурита выражается соотношением [21]

$$V = \frac{A}{\lambda^2} + \frac{B}{\lambda^4} \quad (1.56)$$

где A и B – константы, слабо зависящие от температуры.

Пьезооптические (упругооптические) свойства. Зависимости изменения диэлектрической непроницаемости η кристалла от приложенного

механического напряжения σ_n или от соответствующей ему относительной деформации ε выражаются тензорными уравнениями.

$$\Delta\eta_{ij} = \pi_{ijk\ell}\sigma_{k\ell}, \quad (1.57)$$

$$\Delta\eta_{ij} = p_{ijk\ell}\varepsilon_{k\ell}, \quad (1.58)$$

где $\Delta\eta = \Delta\left(\frac{1}{n}\right) = \varepsilon\left(\frac{1}{n^2}\right)$, n – показатель преломления, $\pi_{ijk\ell}$ – тензор пьезооптических коэффициентов, $p_{ijk\ell}$ – тензор упругооптических коэффициентов (фотоупругих констант). Для кристаллов парателлурита, имеющих точечную группу симметрии 422, это тензоры имеют вид (при матричной сокращенной формуле записи констант – $\pi_{mn} = \pi_{ijk\ell}$, когда $ijk\ell = 1,2,3$; $\pi_{mn} = 2\pi_{ijk\ell}$, когда $ijk\ell = 4,5,6$, аналогично и для p_{mn}) [66]

$$\begin{pmatrix} p_{11} & p_{12} & p_{13} & 0 & 0 & 0 \\ p_{12} & p_{11} & p_{13} & 0 & 0 & 0 \\ p_{31} & p_{31} & p_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & p_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & p_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & p_{66} \end{pmatrix} \quad (1.59)$$

Согласно [66], фотоупругие константы у кристаллов парателлурита имеют значения: $p_{11} = 0,0074$, $p_{33} = 0,240$, $p_{44} = -0,17$, $p_{66} = -0,0463$, $p_{12} = 0,187$, $p_{13} = 0,340$, $p_{31} = 0,0905$ при $\lambda=0,6328$ мкм.

Указанные в п.1.4. данные об оптических свойствах монокристаллов парателлурита касаются, в первую очередь, тех свойств, которые важны и используются при различных экспериментах, проведенных в последующих разделах диссертационного исследования. При необходимости они дополнены в соответствующих параграфах, например, сведениями о температурных зависимостях показателей преломления.

Результаты анализа литературы и выводы по первой главе.

Интерес к методу коноскопии в последние годы резко усилился, о чем свидетельствует большое количество современных публикаций. В значительной степени он связан с новыми применениями метода в науке и технике, с новыми экспериментальными возможностями метода,

обусловленными развитием лазерной техники, а также с повышенным быстродействием современных компьютеров.

В настоящее время известны только приближенные методы расчета формы изохром в коноскопических картинах кристаллов, не дающие правильных количественных и качественных результатов. В частности, они приводят к неверному утверждению о том, что изохромами одноосных кристаллов могут быть кривые только второго порядка.

Многие важнейшие вопросы кристаллооптики (теории отражения, преломления и поляризации света), решение которых необходимо для вывода уравнения изохром, разработаны недостаточно и требуют новых подходов.

Для модельных кристаллов $\alpha - TeO_2$, $LiNbO_3$, SBN , выбранных в настоящей работе с целью экспериментальной проверки рассчитанных форм изохром, в литературе имеется полный набор данных об использованных в уравнениях константах кристаллов этих веществ.

Глава II. ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ.

ВЫВОД УРАВНЕНИЯ ИЗОХРОМ В КОНОСКОПИЧЕСКИХ КАРТИНАХ ОДНООСНЫХ КРИСТАЛЛОВ

2.1. Вывод уравнения кривой, описываемой вектором необыкновенной волны на выходной поверхности плоскопараллельного элемента из одноосного кристалла при вращении падающего под постоянным углом на входную поверхность луча вокруг нормали

Запишем уравнение Френеля для одноосного кристалла в классическом виде [18]

$$(n^2 - N_o^2)\{n^2[N_o^2(k_1^2 + k_2^2) + N_e^2 k_3^2] + N_o^2 N_e^2\} = 0, \quad (2.1)$$

где n – показатель преломления, N_o , N_e – главные значения показателей преломления обыкновенной и необыкновенной волн, k_i – направляющие косинусы волнового вектора преломленной волны в кристаллофизической системе координат. На рисунке 22 представлена кристаллофизическая система координат xuz в одноосном кристалле с оптической осью z , составляющей угол $\psi \neq 0$ с единичным вектором нормали $\bar{m}$, являющимся осью конуса лучей, падающих на кристалл.

Поскольку нас интересует направление необыкновенной волны, будем считать, что n – это показатель преломленной необыкновенной волны

$$n = n_e = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta_e}.$$

В уравнении (2.1) выражение в фигурных скобках равно нулю. Тогда, используя формулы $\sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha$; $\sin^2 \beta_e = 1 - \cos^2 \beta_e$, получим

$$N_o^2 N_e^2 (1 - \cos^2 \beta_e) = (1 - \cos^2 \alpha) [N_o^2 (k_1^2 + k_2^2) + N_e^2 k_3^2] \quad (2.2)$$

Затем, выразив $\cos^2 \alpha$ и $\cos^2 \beta_e$ через скалярные произведения векторов $\bar{m}\bar{\ell}$ и $\bar{m}\bar{k}$ соответственно, получим уравнение Френеля в следующем виде

$$\frac{1 - (m_1 k_1 + m_2 k_2 + m_3 k_3)^2}{1 - (m_1 \ell_1 + m_2 \ell_2 + m_3 \ell_3)^2} = \frac{k_1^2 + k_2^2}{N_e^2} + \frac{k_3^2}{N_o^2}. \quad (2.3)$$

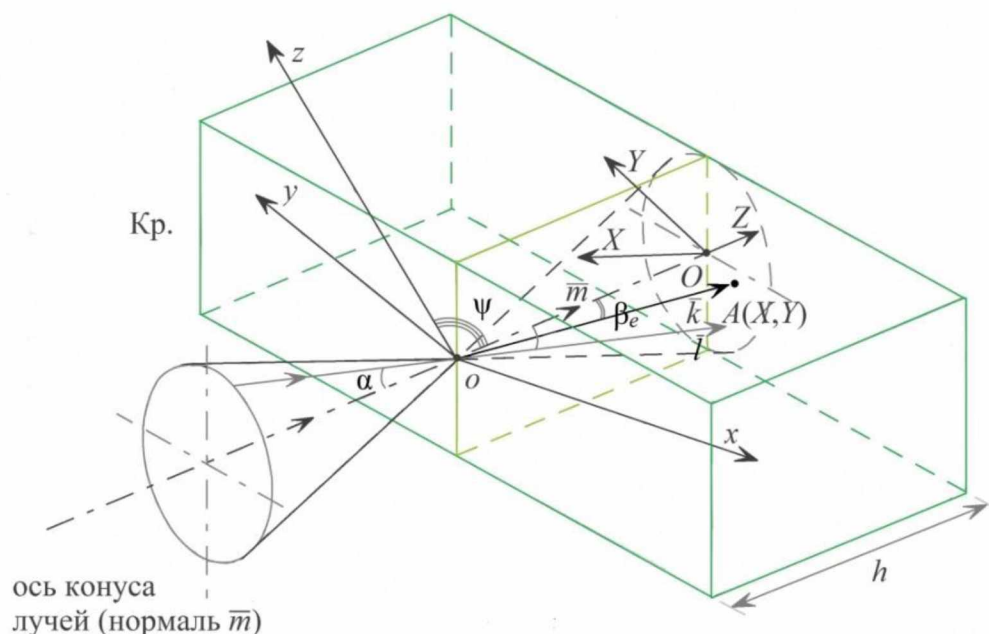


Рисунок 22. Кристаллофизическая система координат xuz в одноосном кристалле K_p , на который по углом α к нормали $\bar{m}$ падает световая волна, ψ – угол между оптической осью z и нормалью $\bar{l}$ – единичный волновой вектор падающей волны, $\bar{k}$ – единичный волновой вектор необыкновенной волны, X, Y – координаты точки A выхода необыкновенной волны на второй поверхности кристалла в преобразованной системе координат XYZ

Координаты точки пересечения A продолжения волнового вектора необыкновенной волны с второй (выходной) плоскостью кристалла XOY измеряются во второй системе координат XYZ , в которой ось Z является продолжением нормали $\bar{m}$ к первой поверхности, а ось Y является проекцией оптической оси Z на вторую плоскость.

Обратный переход из системы координат XYZ в кристаллофизическую систему xuz осуществляется с помощью двух поворотов – сначала путем поворота на угол ψ до совмещения оси Z с осью z , а затем – поворотом вокруг оси z на некоторый угол γ до совмещения двух других осей с осями x и y .

Направляющие косинусы M_i, L_i и K_i ($i=1,2,3$) нормали, падающей волны и преломленной волны в системе координат XYZ равны

$$\begin{cases} M_1 = 0; M_2 = 0; M_3 = 1 \\ L_1 = \ell_1; L_2 = \sqrt{1 - \ell^2 - \cos^2 \alpha}; L_3 = \cos \alpha \\ K_1 = \frac{X}{\sqrt{x^2 + y^2 + h^2}}; K_2 = \frac{Y}{\sqrt{x^2 + y^2 + h^2}}; K_3 = \frac{Z}{\sqrt{x^2 + y^2 + h^2}} \end{cases} \quad ?, \quad (2.4)$$

(ℓ косинус угла между $\bar{\ell}$ и $\bar{z}$)

где h – толщина кристалла. Матрица T_1 первого поворота на угол ψ имеет вид

$$T_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \psi & -\sin \psi \\ 0 & \sin \psi & \cos \psi \end{bmatrix}. \quad (2.5)$$

После этого поворота направляющие косинусы в новой промежуточной системе координат M_{1i}, L_{1i} и K_{1i} ($i=1,2,3$) равны:

$$\begin{cases} M_{11} = 0; M_{12} = -\sin \psi; M_{13} = -\cos \psi; \\ L_{11} = \ell; L_{12} = \left(\sqrt{1 - \ell^2 - \cos^2 \alpha} \right) \cos \psi - \cos \alpha \cos \psi \\ L_{13} = \left(\sqrt{1 - \ell^2 - \cos^2 \alpha} \right) \sin \psi + \cos \alpha \cos \psi \\ K_{11} = \frac{X}{\sqrt{x^2 + y^2 + h^2}}; K_{12} = \frac{Y \cos \psi}{\sqrt{x^2 + y^2 + h^2}} - \frac{h \sin \psi}{\sqrt{x^2 + y^2 + h^2}} \\ K_{13} = \frac{Y \sin \psi}{\sqrt{x^2 + y^2 + h^2}} - \frac{h \cos \psi}{\sqrt{x^2 + y^2 + h^2}} \end{cases}$$

После второго поворота на угол γ до совмещения двух оставшихся осей системы с осями кристаллофизической системы координат, матрица которого T_2 имеет вид

$$T_2 = \begin{bmatrix} \cos \gamma & -\sin \gamma & 0 \\ \sin \gamma & \cos \gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (2.6),$$

мы, наконец, получаем значения направляющих косинусов нормали, падающей волны и необыкновенной волны - m_i, ℓ_i и k_i ($i=1,2,3$), причем они выражены теперь через координаты точки пересечения вектора необыкновенной волны со второй поверхностью кристалла:

$$\begin{aligned} m_1 &= \sin \psi \sin \gamma; \quad m_2 = -\sin \psi \cos \gamma; \quad m_3 = \cos \psi \\ \ell_1 &= \ell \cos \gamma - \left[\left(\sqrt{1 - \ell^2 - \cos^2 \alpha} \right) \cos \psi - \cos \alpha \sin \psi \right] \sin \gamma \\ \ell_2 &= \ell \sin \gamma + \left[\left(\sqrt{1 - \ell^2 - \cos^2 \alpha} \right) \cos \psi - \cos \alpha \sin \psi \right] \cos \gamma \end{aligned}$$

$$\ell_3 = (\sqrt{1 - \ell^2 - \cos^2 \alpha}) \sin \psi + \cos \alpha \cos \psi \quad (2.7)$$

$$k_1 = \frac{X \cos \gamma}{\sqrt{x^2 + y^2 + h^2}} - \left(\frac{Y \cos \psi}{\sqrt{x^2 + y^2 + h^2}} - \frac{h \sin \psi}{\sqrt{x^2 + y^2 + h^2}} \right) \sin \gamma$$

$$k_2 = \frac{X \sin \gamma}{\sqrt{x^2 + y^2 + h^2}} - \left(\frac{Y \cos \psi}{\sqrt{x^2 + y^2 + h^2}} - \frac{h \sin \psi}{\sqrt{x^2 + y^2 + h^2}} \right)$$

$$k_3 = \frac{Y \sin \psi}{\sqrt{x^2 + y^2 + f^2}} + \frac{h \cos \psi}{\sqrt{x^2 + y^2 + h^2}}$$

Выражение (2.7) для направленных косинусов подставляем в уравнение Френеля, записанное в формуле (2.3), в результате чего, после необходимых преобразований, включающих приведение к общему знаменателю и приведение подобных членов, мы получаем уравнение формально четвертой степени, которое здесь не приводится из-за крайней громоздкости (1 страница). Однако в этом уравнении, во-первых, уже отсутствуют введенные нами неизвестные промежуточные величины ℓ и γ , а, во-вторых, после перенесения всех членов в левую часть, соответствующий многочлен четвертой степени от двух букв X и Y может быть разложен на два сомножителя, одним из которых является множитель $x^2 + y^2 + h^2 = 0$ заведомо не дающих действительных решений. После такого сокращения получаем следующее уравнение второго порядка

$$A_1 x^2 + A_2 y^2 + A_3 y + A_4 = 0, \quad (2.8)$$

где $A_1 = N_o^2(N_e^2 - \sin^2 \alpha)$; $A_2 = N_e^2 N_o^2 - \sin^2 \alpha (N_e^2 \sin^2 \psi + N_o^2 \cos^2 \psi)$;
 $A_3 = 2h \sin \psi \cos \psi \sin^2 \alpha (N_o^2 - N_e^2)$; $A_4 = -h^2 \sin^2 \alpha (N_o^2 \sin^2 \psi + N_e^2 \cos^2 \psi)$.

Уравнение (2.8) следует рассматривать как уравнение кривой, которую описывает волновой вектор $\bar{k}$ необыкновенной волны (точнее, его продолжение) на выходной поверхности кристалла при вращении падающего луча под постоянным углом α вокруг нормали к кристаллу.

В случае $\psi = 0$ (оптическая ось совпадает с нормалью к кристаллу) уравнение (2.8) – это уравнение окружности

$$X^2 + Y^2 = \frac{N_e^2 h^2 \sin^2 \alpha}{N_o^2 (N_e^2 - \sin^2 \alpha)}. \quad (2.9)$$

Во всех остальных случаях $(0 < \psi < \frac{\pi}{2})$ мы имеем уравнение эллипса, поскольку

$$A_1 A_2 = N_o^2 (N_e^2 - \sin^2 \alpha) [N_e^2 N_o^2 - \sin^2 \alpha (\sin^2 \psi N_e^2 + \cos^2 \psi N_o^2)] > 0$$

Так как $A_1 > 0 (N_e > 1; N_e^2 > \sin^2 \alpha)$, а второй сомножитель с помощью соотношения $\cos^2 \psi = 1 - \sin^2 \psi$ преобразуется к виду

$$A = N_e^2 N_o^2 + N_o^2 \sin^2 \alpha \sin^2 \psi + N_o^2 \sin^2 \alpha - \sin^2 \alpha \sin^2 \psi,$$

из которого следует, что $A_2 > 0$, поскольку каждое из первых трех слагаемых заведомо больше, чем четвертое $-\sin^2 \alpha \sin^2 \psi$.

Анализ (2.8) показывает, что центры эллипсов не совпадают с началом координат, кроме случая, когда оптическая ось ортогональна нормали $\psi = \frac{\pi}{2}$. В последнем случае эллипсы имеют максимальный эксцентриситет.

На рисунке 23 показаны эллипсы – кривые пересечения волновыми векторами необыкновенной волны выходной поверхности одноосного кристалла при различных углах падения α в случае, когда угол между нормалью и оптической осью кристалла составляет 20° .

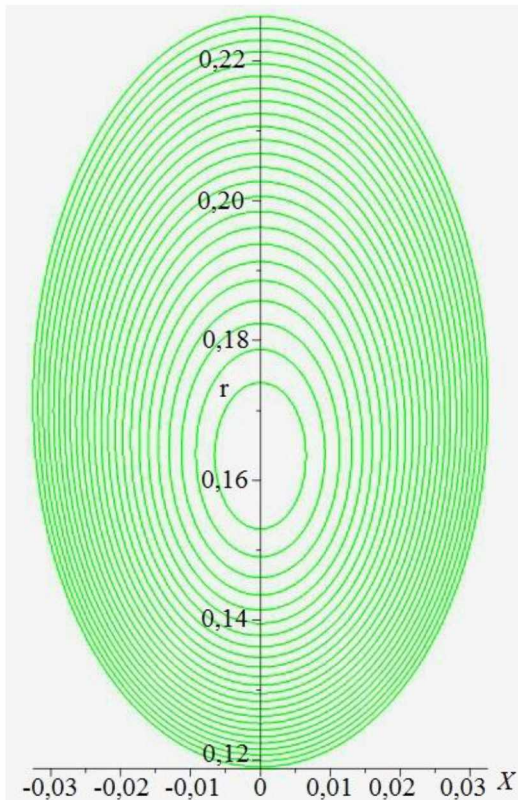


Рисунок 23. Система вложенных эллипсов-кривых пересечения волновых векторов $\bar{k}$ необыкновенной волны с выходной поверхностью одноосного кристалла, полученных при вращении под различными постоянными углами α лучей вокруг нормали к кристаллу, составляющей угол 20° с оптической осью.

2.2. Вывод уравнения изохром в коноскопических картинах одноосных кристаллов

2.2.1. Расчет разности хода между обыкновенной и необыкновенной волнами

Как указывалось ранее в базовой работе [20] М. Борном и Э. Вольфом абсолютно точно записано уравнение (1.35) для разности фаз между волнами, а все последующие приближения в этой и других работах до настоящего времени связаны с отказом от трудоемкого нахождения направления вектора необыкновенной волны, которое входит в уравнение в виде неизвестного $n_e = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta_e}$. Перепишем (1.35), заменив разность фаз δ на разность хода Δ для изохромы m -го порядка

$$\Delta = m\lambda = h(n_e \cos \beta_e - N_o \cos \beta_o) \quad (2.10)$$

Используя закон преломления $\left(\frac{\sin \alpha}{\sin \beta_o} = N_o; \frac{\sin \alpha}{\sin \beta_e} = n_e\right)$, приведем (2.10) к виду

$$\Delta = m\lambda = h \left(\frac{\sin \alpha \cos \beta_e}{\sqrt{1 - \cos^2 \beta_e}} - \sqrt{N_o^2 - \sin^2 \alpha} \right) \quad (2.11)$$

Для записи величины $\cos \beta_e$ используем координаты x и y выхода вектора необыкновенной волны на второй поверхности кристалла с помощью очевидного соотношения $\cos \beta_e = \frac{h}{\sqrt{x^2 + y^2}}$, и после подстановки в (2.11) и несложных преобразований получаем точное выражение для разности хода между обыкновенной и необыкновенной волнами

$$\Delta = m\lambda = \frac{(x^2 + y^2 + h^2) \sin \alpha}{\sqrt{x^2 + y^2}} + \sin \alpha \left(\frac{h \sin \alpha}{\sqrt{N_o^2 - \sin^2 \alpha}} - \sqrt{x^2 + y^2} \right) - \frac{h N_o^2}{\sqrt{N_o^2 - \sin^2 \alpha}} \quad (2.12)$$

2.2.2. Получение уравнения изохром

Схема наблюдения коноскопической картины в фокальной плоскости оптической системы с фокусным расстоянием f , установленной за кристаллом соосно с конусом падения лучей, представлена на рисунке 24.

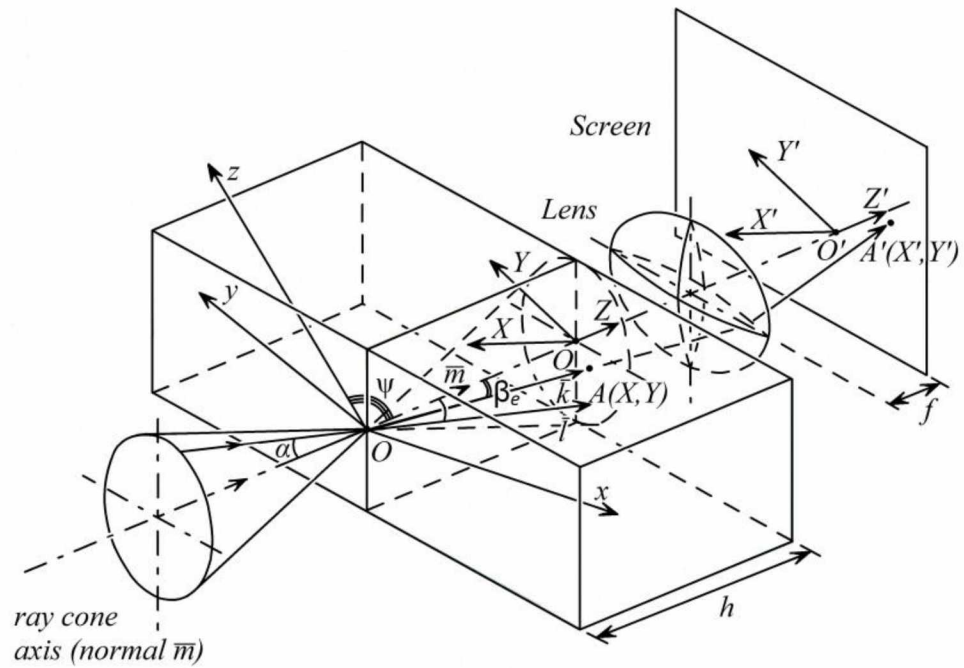


Рисунок 24. Схема, поясняющая взаимное расположение одноосного кристалла, его кристаллофизической системы координат XYZ и системы $X'O'Y'$ в плоскости экрана $\mathcal{E}$, на котором с помощью проекционной системы, имеющей фокусное расстояние f , рассматривается коноскопическая картина

Оси X' и Y' системы координат на экране, на котором наблюдаются изохромы, выберем так, чтобы они были параллельны осям X и Y на второй (выходной) поверхности кристалла. Тогда будут равными углы, составленные с осями отрезками OA и $O'A'$, проведенными из начала системы координат в точки A и A' выходов векторов необыкновенной волны на второй поверхности кристалла и преломленной волны на экране, находящемся в фокальной плоскости. Поэтому координаты точек A и A' в обеих системах координат связаны формулами:

$$Y = Y' \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{\sqrt{(x')^2 + (y')^2}}; \quad X = X' \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{\sqrt{(x')^2 + (y')^2}}. \quad (2.13).$$

Кроме того,
$$\frac{\sqrt{(x')^2 + (y')^2}}{f} = \operatorname{tg} \alpha. \quad (2.14)$$

Отсюда следуют формулы

$$X^2 + Y^2 = \frac{X'^2 f^2}{(x')^2 \operatorname{ctg}^2 \alpha}; \quad X = \frac{X' \operatorname{ctg} \alpha \sqrt{x^2 + y^2}}{f}; \quad Y = \frac{Y' \operatorname{ctg} \alpha \sqrt{x^2 + y^2}}{f} \quad (2.15)$$

Заметив, что в уравнение для разности хода Δ (2.12) X и Y входят только в виде суммы квадратов, и обозначив эту сумму в виде B^2 , перепишем (2.12) и (2.8) с учетом (2.15), получая систему двух уравнений:

$$\begin{cases} \Delta = m\lambda = \frac{(B^2+h^2)\sin\alpha}{B} + \sin\alpha \left(\frac{h\sin\alpha}{\sqrt{N_o^2-\sin^2\alpha}} - B \right) - \frac{hN_o^2}{\sqrt{N_o^2-\sin^2\alpha}} \end{cases} \quad (2.16)$$

$$\begin{cases} \left\{ \frac{ctg^2\alpha}{f^2} [A_1(x')^2 + A_2(y')^2] \right\} B^2 + \left(\frac{A_3(y')ctg\alpha}{f} \right) B + A_4 = 0 \end{cases} \quad (2.17)'$$

где коэффициенты A_1 , A_2 и A_3 уже вычислены в (2.8). Решая второе – квадратное относительно B – уравнение (2.17), берем знак плюс перед корнем (поскольку $x^2 + y^2 \geq 0$) и подставляем найденное значение B в (2.15) – уравнение для разности хода, после чего получаем, наконец, точное уравнение изохром одноосного кристалла. В него входят только параметры оптической системы, угол ψ между нормалью и оптической осью, толщина h и главные показатели преломления кристалла N_e и N_o , а также координаты точек на плоскости наблюдения.

В результате необходимых преобразований уравнение (2.12) приобретает окончательный вид (в целях очевидного удобства записи штрихи у координат X' и Y' теперь опущены):

$$\begin{aligned} (N_o^2 - N_e^2) \left[\frac{y \sin \psi}{\frac{m\lambda\sqrt{x^2+y^2+f^2}}{h} + \sqrt{N_o^2(x^2+y^2+f^2) - x^2 - y^2}} + \cos \psi \right]^2 = \\ = N_o^2 \left[\frac{x^2+y^2-N_e^2(x^2+y^2+f^2)}{\left(\frac{m\lambda\sqrt{x^2+y^2+f^2}}{h} + \sqrt{N_o^2(x^2+y^2+f^2) - x^2 - y^2} \right)^2} + 1 \right] \end{aligned} \quad (2.18)$$

Полученное без каких-либо приближений, уравнение изохром одноосного кристалла именно в форме (2.18) наиболее компактно и удобно для практических расчетов формы изохром любых порядков при произвольных углах ψ между оптической осью и нормалью к поверхностям кристалла, а также для специальных исследований зависимостей формы изохром и всей коноскопической картины от толщины кристалла h , длины

волны излучения λ , главных показателей преломления N_e и N_o и их вариаций ΔN_e и ΔN_o , от угла раствора конуса лучей, падающих на кристалл, т.е. от величины $A = 2\alpha_{max}$ – удвоенного максимального угла падения лучей (угловой апертуры осветительной системы), а также от фокусного расстояния проекционной системы f и от порядка максимума m (порядка изохромы). Тем не менее, для окончательного решения важного теоретического вопроса о порядке кривых – изохром одноосных кристаллов для общего случая произвольного угла ψ между оптической осью и нормалью, уравнение (2.18) следует привести к каноническому виду, при котором в левой части стоит многочлен от двух букв X, Y . После приведения к общему знаменателю, избавления от корней, раскрытия скобок, приведения подобных членов и их лексикографического расположения, уравнение (2.18) приобретает следующий вид:

$$B_1x^8 + B_2x^6y^2 + B_3x^6 + B_4x^4y^4 + B_5x^4y^2 + B_6x^4 + B_7x^2y^6 + B_8x^2y^4 + B_9x^2y^2 + B_{10}x^2 + B_{11}y^8 + B_{12}y^6 + B_{13}y^4 + B_{14}y^2 + B_{15} = 0, \quad (2.19)$$

где B_i – коэффициенты, в которые входят величины, зависящие от свойств и размеров кристалла, длины волн излучения, параметров оптической системы и порядка изохромы. Они представляют собой чрезвычайно громоздкие выражения, в силу чего в качестве примера ниже представлен только один – самый компактный коэффициент B_1 :

$$B_1 = \left(\left(4(N_o^2 - (N_o^2 - N_e^2)\cos^2\psi)^2 m^2 \lambda^2 (N_o^2 - 1) h^2 + (h^2 N_e^2 N_o^2 - (N_o^2 - (N_o^2 - N_e^2)\cos^2\psi)(m^2 \lambda^2 + (N_o^2 - 1)h^2) - h^2 N_o^2)^2 \right)^2 - 4(h^2 N_e^2 N_o^2 - (N_o^2 - (N_o^2 - N_e^2)\cos^2\psi)(m^2 \lambda^2 + (N_o^2 - 1)h^2) - h^2 N_o^2)^2 (2N_o^2 - (2(N_o^2 - N_e^2))\cos^2\psi)^2 m^2 \lambda^2 h^2 (N_o^2 - 1) \right). \quad (2.20)$$

Следует ещё раз подчеркнуть, что для практических целей значительно удобнее пользоваться уравнением (2.18), а уравнение (2.19) имеет скорее

теоретическое значение. В общем случае коэффициенты B_i в (2.19) не равны друг другу ($B_i \neq B_k$).

2.3. Анализ уравнения изохром одноосного кристалла

Уравнение изохром (2.19) является уравнением восьмой степени по обоим переменным X и Y . Анализ этого уравнения дает следующие результаты

- Обозначив левую часть (2.19) $F(x, y)$, находим непосредственной проверкой, что $F(x, y) = F(-x, y)$ и, таким образом, изохромы одноосного кристалла в самом общем случае представляют собой кривые восьмого порядка, всегда симметричные относительно оси y – проекции оптической оси на плоскость наблюдения.
- Поскольку коэффициенты B_i при парах слагаемых произведений вида $X^n Y^k$ и $Y^n X^k$ в общем случае различны, то не выполняется в общем случае и необходимое и достаточное условие $F(x, y) = -F(-x, -y)$ для того, чтобы изохромы являлись центросимметричными кривыми с центром инверсии в начале координат $(0,0)$ – точке пересечения нормали к кристаллу с плоскостью наблюдения.
- Для важного случая, при котором нормаль к кристаллу совпадает с его оптической осью ($\psi = 0$), уравнение (2.18) приобретает вид

$$\frac{N_e^2}{N_o^2} = \frac{h[N_e^2(x^2 + y^2 + f^2) - x^2 - y^2]}{m\lambda\sqrt{x^2 + y^2 + f^2} + \sqrt{N_o^2(x^2 + y^2 + f^2) - x^2 - y^2}}. \quad (2.21)$$

Многочлен, образующийся при избавлении от корней в (2.21), является многочленом четвертой степени от двух букв X и Y . Однако он может быть разложен на два сомножителя второго порядка. При этом один из них не может равняться нулю при действительных значениях X и Y и должен быть исключен из рассмотрения. Второй же сомножитель представляет собой уравнение окружности, радиус которой $R_m = \sqrt{x^2 + y^2}$ при дискретных

значениях порядков максимумов $m=0,1,2,\dots$, определяется следующей формулой:

$$R_m = f N_o \{ [(4h^2 m \lambda N_o^2 N_e^2 - m^3 \lambda^3 N_e^2 - h^2 m \lambda N_o^2 - h^2 m \lambda N_e^2 + (2.22) \\ + 2\sqrt{h^4 N_o^2 (h^2 N_o^4 - 2h^2 N_o^2 N_e^2 + h^2 N_e^4 + m^2 \lambda^2 N_e^2)}) m \lambda] / m^4 \lambda^4 N_e^4 - \\ 4h^2 m^2 \lambda^2 N_o^2 N_e^4 + 2h^2 m^2 \lambda^2 N_o^2 N_e^2 + 2h^2 m^2 \lambda^2 N_e^4 + h^4 N_o^2 - 2h^4 N_o^2 N_e^2 + h^4 N_e^4 \}^{1/2}$$

Таким образом, изохромы различных порядков для одноосного кристалла, вырезанного ортогонально оптической оси ($\psi = 0$), представляют собой семейство окружностей, описанных вокруг точки пересечения нормали к кристаллу с плоскостью наблюдения коноскопической картины. Это является хорошо известным экспериментальным фактом, вытекающим и из рассмотренных ранее приближенных теоретических подходов. На рисунке 23 представлены изохромы нескольких последовательных порядков ($m = 0, 1, \dots, 7$) некоторого одноосного кристалла, построенные согласно уравнениям (2.21) и (2.22).

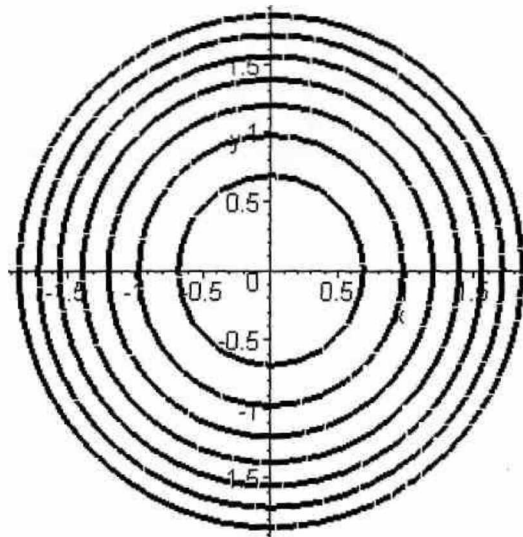


Рисунок 24. Изохромы одноосного кристалла, вырезанного ортогонально оптической оси ($\psi = 0$) - концентрические окружности, построенные согласно уравнению (2.21) и имеющие радиусы R_m , рассчитанные по формуле (2.22)

Для другого практически также важного случая, когда кристалл вырезан в плоскости, в которой лежит оптическая ось, т.е. нормаль к кристаллу ортогональна оптической оси ($\psi = 90^0$), изохромы, рассчитываемые согласно точной теории, не соответствуют изохромам, получаемым согласно формулам, выведенным из приближенных теорий. Действительно, положив в (2.18) угол $\psi = 0$, получим следующее уравнение

$$\begin{aligned}
& (h^4 N_o^8 - 2h^4 N_o^6 N_e^2 + h^4 N_o^4 N_e^4 - 2h^2 \lambda^2 m^2 N_o^6 - 2h^2 \lambda^2 m^2 N_o^4 N_e^2 + \lambda^4 m^4 N_o^4 + \\
& 4h^2 \lambda^2 m^2 N_o^4) x^4 + [(2h^4 N_o^8 - 4h^4 N_o^6 N_e^2 + 2h^4 N_o^4 N_e^4 - 4h^2 \lambda^2 m^2 N_o^6 - \\
& 4h^2 \lambda^2 m^2 N_o^4 N_e^2 + 2\lambda^4 m^4 N_o^4 - 2h^4 N_o^6 + 4h^4 N_o^4 N_e^2 - 2h^2 N_o^2 N_e^4 + 6h^2 \lambda^2 m^2 N_o^4 \\
& + 2h^2 \lambda^2 m^2 N_o^2 N_e^2) y^2 + 2f^2 h^4 N_o^8 - 4f^2 h^4 N_o^6 N_e^2 + 2f^2 h^4 N_o^4 N_e^4 - \\
& 4f^2 h^2 \lambda^2 m^2 N_o^6 - 4f^2 h^2 \lambda^2 m^2 N_o^4 N_e^2 + 2f^2 \lambda^4 m^4 N_o^4 + 4f^2 h^2 \lambda^2 m^2 N_o^4] x^2 \\
& (h^4 N_o^6 - 2h^2 N_o^6 N_e^2 + h^4 N_o^4 N_e^4 - 2h^2 \lambda^2 m^2 N_o^6 - 2h^2 \lambda^2 m^2 N_o^4 N_e^2 + \lambda^4 m^4 N_o^4 \\
& - 2h^4 N_o^6 + 4h^4 N_o^4 N_e^2 - 2h^4 N_o^2 N_e^4 + 2h^2 \lambda^2 m^2 N_o^4 + 2h^2 \lambda^2 m^2 N_o^2 N_e^2 + h^4 N_o^4 \\
& - 2h^4 N_o^2 N_e^2 + h^2 N_e^4) y^4 + (2f^2 h^2 N_o^8 - 4f^2 h^4 N_o^6 N_e^2 + 2f^2 h^4 N_o^4 N_e^4 - \\
& 4f^2 h^2 \lambda^2 m^2 N_o^6 - 4f^2 h^2 \lambda^2 m^2 N_o^4 N_e^2 + 2f^2 \lambda^4 m^4 N_o^4 - 2f^2 h^4 N_o^6 + 4f^2 h^2 N_o^4 N_e^2 \\
& - 2f^2 h^4 N_o^2 N_e^4 + 2f^2 h^2 \lambda^2 m^2 N_o^4 + 2f^2 h^2 \lambda^2 m^2 N_o^2 N_e^2) y^2 + f^4 h^4 N_o^8 - \\
& 2f^4 h^4 N_o^6 N_e^2 + f^4 h^4 N_o^4 N_e^4 - (2.232f^4 h^2 \lambda^2 m^2 N_o^6 - 2f^4 h^2 \lambda^2 m^2 N_o^4 N_e^2 + \\
& f^4 \lambda^4 m^4 N_o^4) = 0
\end{aligned} \tag{2.23}$$

Таким образом, изохромы одноосного кристалла в случае, когда нормаль к его поверхности ортогональна оптической оси, – это отнюдь не гиперболы $\left(\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1\right)$, как это утверждается в большинстве работ, посвященных методу коноскопии, а кривые четвертого порядка. Следует упомянуть, что лишь в одной известной работе [21] Г.С. Ландсберг отмечал, что данные кривые – это «почти гиперболы», но не привел их уравнения и не указал порядок кривых.

Для анализа симметрии кривых при $\psi = 90^0$ удобнее использовать не (2.23), а преобразованное для данного случая уравнение (2.18):

$$\begin{aligned}
& \frac{(N_o^2 - N_e^2)y^2}{\left(\frac{m\lambda\sqrt{f^2+x^2+y^2}}{h} + \sqrt{(f^2+x^2+y^2)N_o^2 - x^2 - y^2}\right)^2} \\
& = N_o^2 \left[\frac{-(f^2+x^2+y^2)N_e^2 + x^2 + y^2}{\left(\frac{m\lambda\sqrt{f^2+x^2+y^2}}{h} + \sqrt{(f^2+x^2+y^2)N_o^2 - x^2 - y^2}\right)^2} + 1 \right]
\end{aligned}
\tag{2.24}$$

Прямой проверкой путем подстановки в (2.24) последовательно значений $x_1 - x$, $y_1 - y$ и их комбинаций легко устанавливается, что изохромны симметричны относительно осей координат X и Y и, следовательно, имеют центр симметрии (центр инверсии) в начале координат $O(0,0)$.

В качестве объекта для моделирования теоретического вида изохром при $\psi = 0$ возьмем кристалл парателлурита TeO_2 со следующими характеристиками, освещенный зеленым светом с длиной волны $\lambda = 5,461 \cdot 10^{-7}$ м. Толщина кристалла $h = 2 \cdot 10^{-2}$ м. Значения главных показателей преломления N_o и N_e находим для используемой длины волны из [66]: $N_o = 2,2931$; $N_e = 2,452$. Фокусное расстояние f проекционной системы примем равным 0,2м, что близко к реальным значениям для применяемых линз объективов и коллиматоров. Подстановка указанных значений в уравнение (2.24) сначала для произвольного порядка максимум в данном случае, для $m=6000$, дает выражение в виде полинома со следующими численными коэффициентами:

$$3,16655954 \cdot 10^{-7}x^4 - 2,892251508 \cdot 10^{-7}x^2y^2 - 5,149290566 \cdot 10^{-7}y^4 + 6,334769968 \cdot 10^{-9}x^2 - 3,056748379 \cdot 10^{-8}y^2 - 2,532741571 \cdot 10^{-1} = 0$$

Как видим, это уравнение является уравнением четвертой степени по двум переменным, и его графическим образом должна быть кривая 4-го порядка. На рисунке 24 представлены изображения изохром с порядками $m = 100, 200, 500, 1000, 5000, 6400$, полученные при компьютерном решении уравнения (2.23) с помощью пакета программ Maple.

Как следует из результатов расчетов, и как хорошо видно на рисунке 25, картина изохром для случая, когда нормаль к кристаллу ортогональна оптической оси ($\psi = 90^0$), симметрична относительно оси Y и относительно оси X.

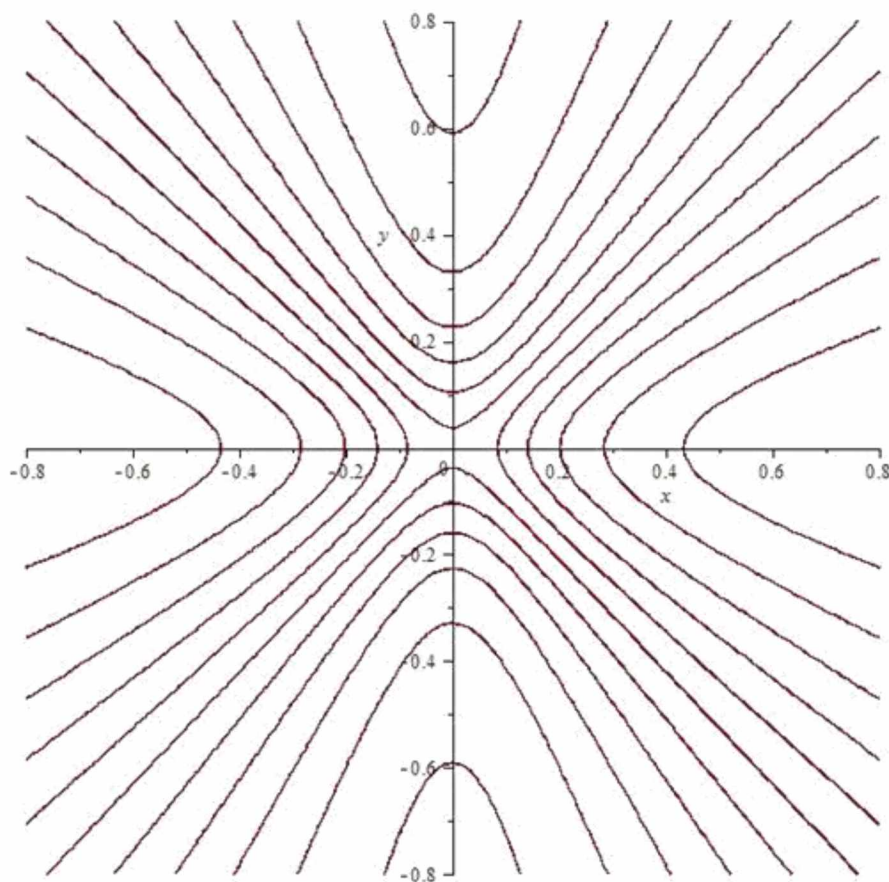


Рисунок 25. Изохромы нескольких порядков в коноскопической картине, построенные в результате компьютерного решения уравнения изохром одноосного кристалла для пластины толщиной 2 см из парателлурита, вырезанной в плоскости оптической оси $\psi = 90^0$ и освещаемой гомоцентрическим пучком монохроматического излучения с длиной волны $\lambda = 5,461 \cdot 10^{-7} \text{ м}$ ($N_o = 2,2931$; $N_e = 2,452$), проецируемого после прохождения кристалла на экране оптической системой с фокусным расстоянием $f=20 \text{ см}$

Картина имеет центр инверсии в начале координат (0,0). Однако, если как утверждается в [30], изохромами в данном случае должны быть два одинаковых семейства кривых второго порядка – классических гипербол

$(y = \frac{1}{x} \text{ и } y = -\frac{1}{x})$, развернутых относительно осей на 45° , то картина изохром была бы симметрична относительно этих осей на рисунке 24 – относительно прямых $y = x$ и $y = -x$. Как видим, это не соответствует действительности, что связано с неправильной классификацией в [30, 31] и в других работах, кроме [54], истинного вида кривых – изохром одноосных кристаллов при $\psi = 90^\circ$. Неправильность классификации является прямым следствием упрощений, принятых в этих работах, приводящих к неправомерному понижению степени соответствующего уравнения с четвертой до второй.

Во всех остальных случаях ($\psi \neq 0; \psi \neq 90^\circ$) изохромами в коноскопических картинах одноосных кристаллов являются кривые восьмого порядка, не имеющие специальных названий. На рисунках 26–40 показаны теоретически рассчитанные по уравнению (2.23) картины изохром для виртуальных элементов из кристаллов парателлурита при различных углах ψ между нормалью к кристаллу и его оптической осью. Шаг между различными углами выбран равным 5° .

Шаг такой величины дает достаточно подробное, но не избыточное представление о динамике изменения коноскопических картин при изменениях угла ψ . В то же время, при таком же шаге не остаются незафиксированными существенные качественные переходы между различными видами и расположениями изохром. На всех рисунках изображены картины изохром, соответствующие толщине кристалла $h = 1$ см, фокусному расстоянию проекционной системы $f=20$ см, длине волны монохроматического излучения $\lambda = 0,63228$ мкм, для которой показатели преломления обыкновенного и необыкновенного лучей равны, соответственно: $N_o = 2,2597$; $N_e = 2,4119$. Оси Y и X проградуированы в метрах. Изохромы проведены на рисунках через 25 порядков – $\Delta m = 25$.

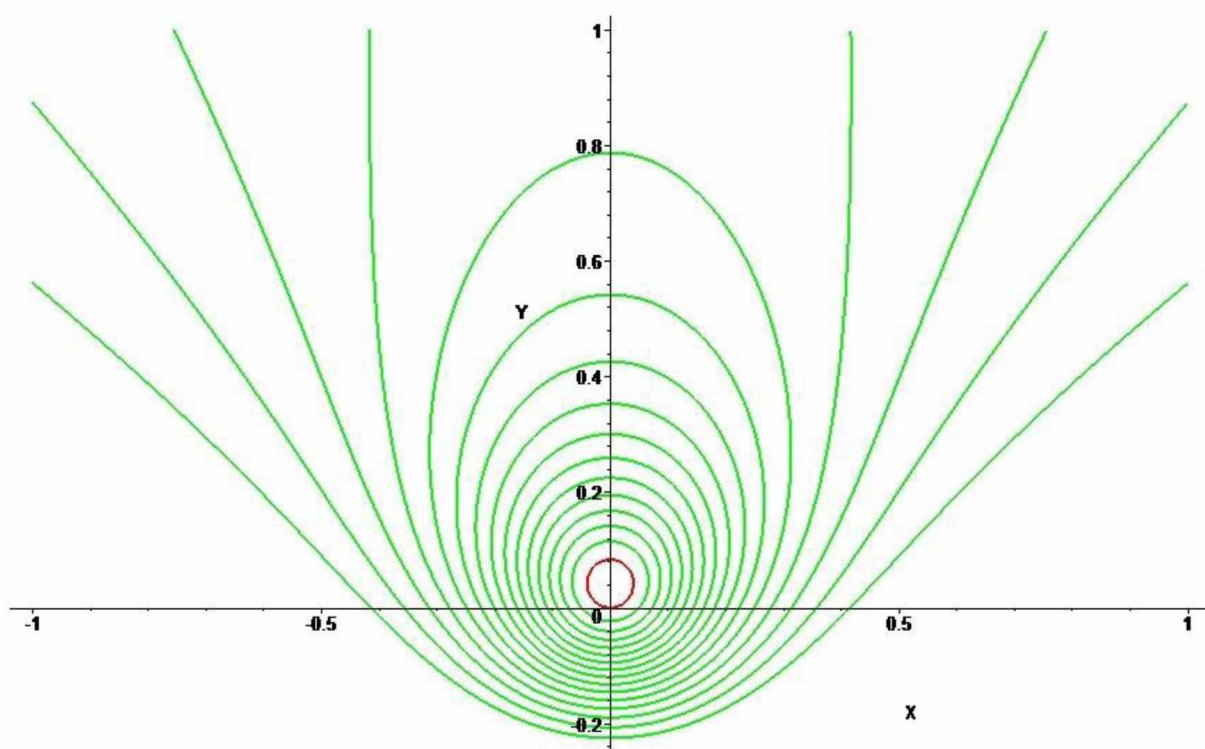


Рисунок 26. Теоретическая картина изохром кристалла парателлурита для угла между нормалью к поверхностям и оптической осью $\psi = 5^\circ$.

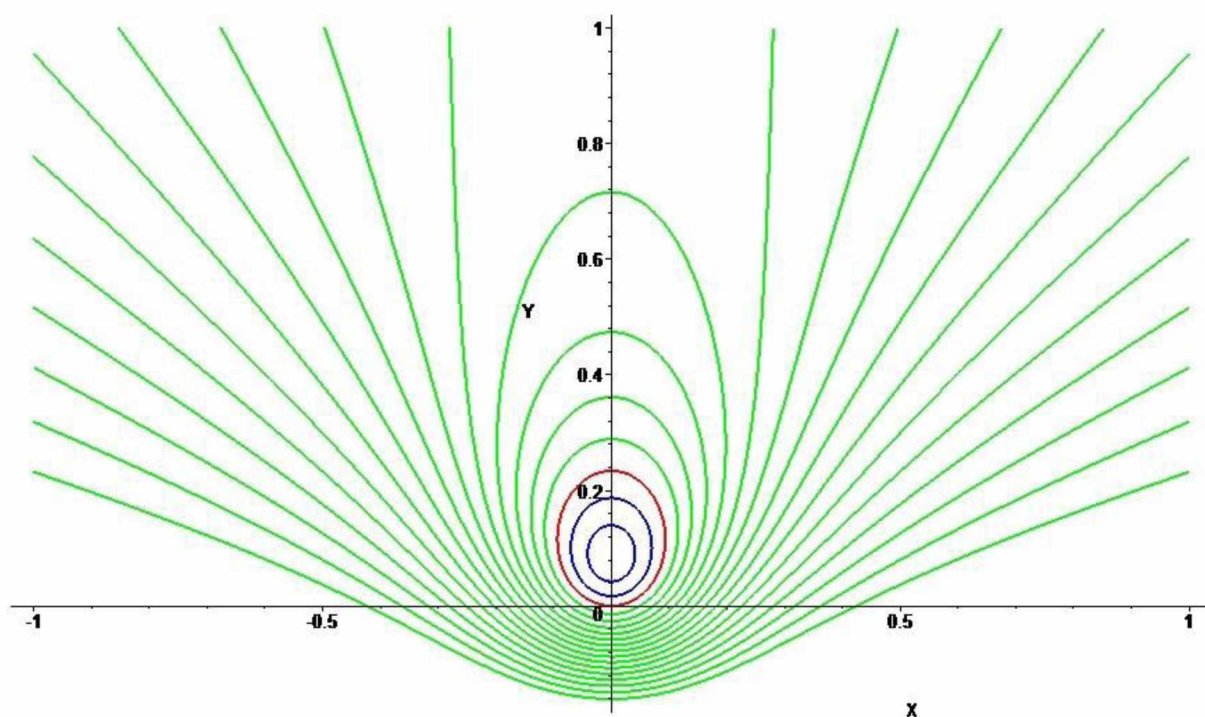


Рисунок 27. Теоретическая картина изохром в коноскопической картине парателлурита для угла между нормалью к поверхностям и оптической осью $\psi = 10^\circ$

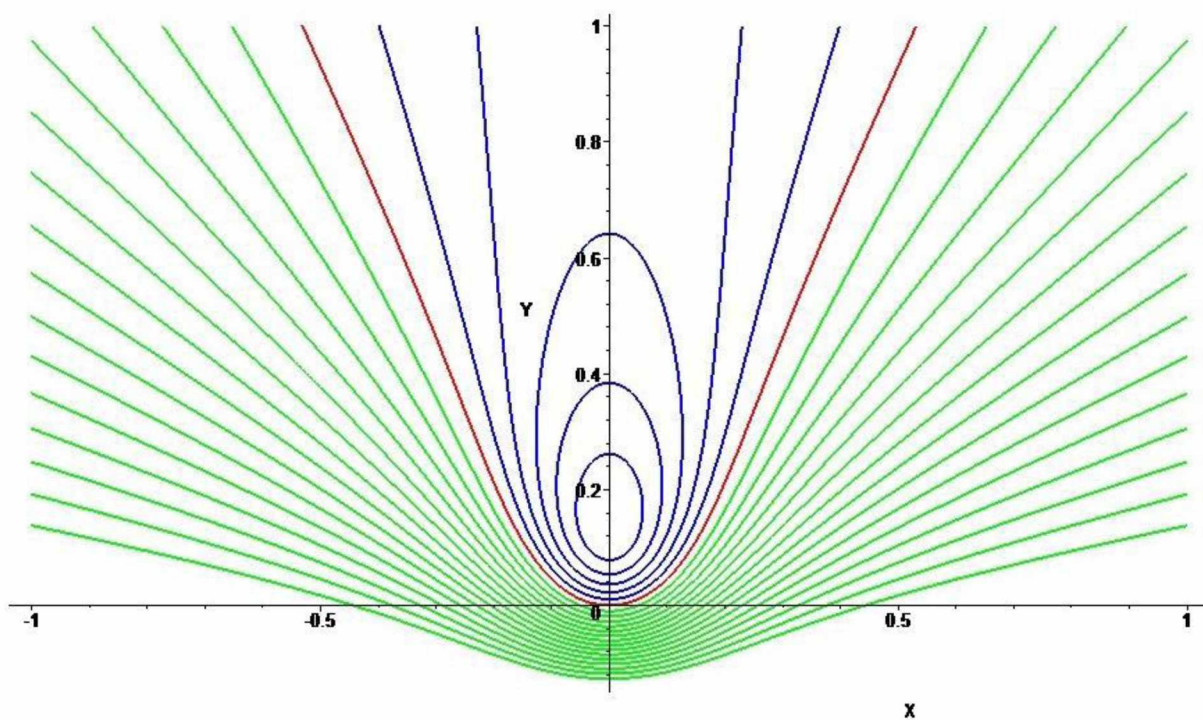


Рисунок 28. Теоретическая картина изохром в коноскопической картине кристалла парателлурита для угла между нормалью к поверхностям и оптической осью $\psi = 15^\circ$

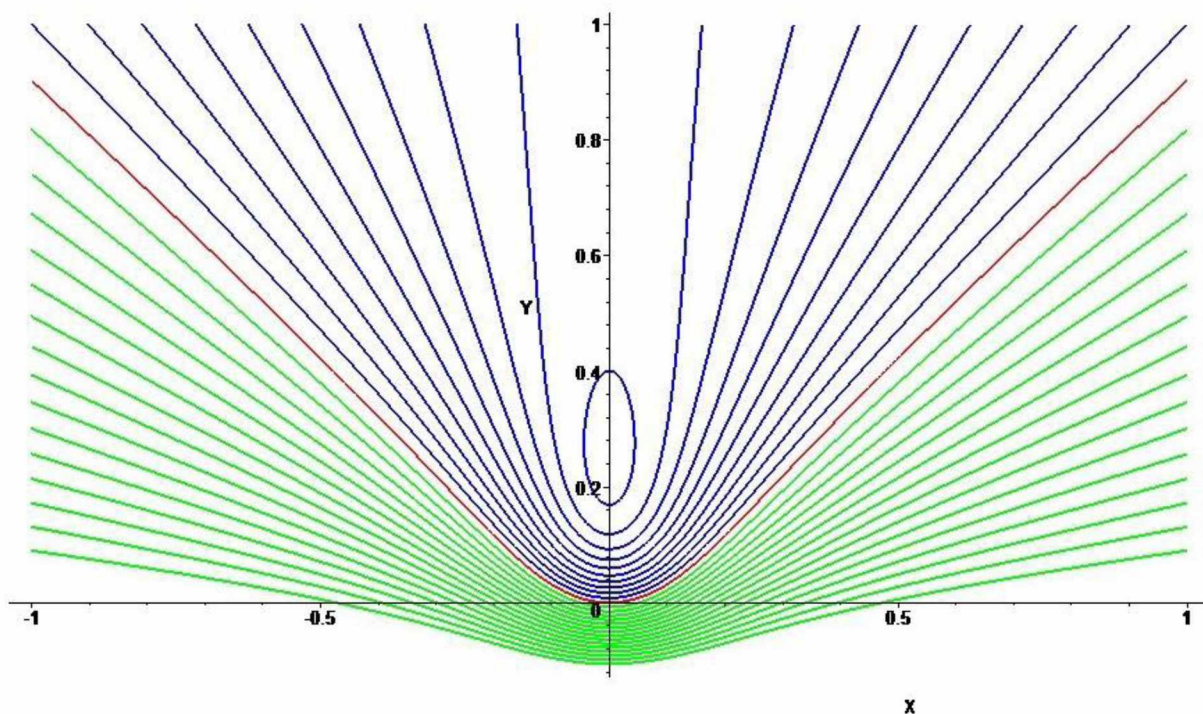


Рисунок 29. Теоретическая картина изохром в коноскопической картине кристалла парателлурита для угла между нормалью к поверхностям и оптической осью $\psi = 20^\circ$

Здесь следует сделать промежуточные выводы относительно вида и расположения изохром, основываясь на приведенных рисунках 25–29. Итак, при $\psi = 0$ мы имеем с очевидностью, не оспариваемой ни в одной из работ, семейство концентрических окружностей с общим центром в начале координат. Их радиусы R_m могут быть вычислены согласно впервые полученной точной формуле (2.24). По мере увеличения порядка m разность радиусов соседних максимумов $R_{m+1} - R_m$ уменьшается, и картина изохром-окружностей «сгущается» по мере удаления от центра. Далее, уже при сравнительно малых углах $\psi = 5^\circ, 10^\circ$, изохромы, только, напоминающие окружности, но ими не являющиеся, смещаются в положительном направлении оси ОУ – проекции оптической оси на плоскость наблюдения. У изохром, по мере увеличения из порядков, мы наблюдаем преобразование их формы из окружностей в замкнутые яйцеобразные кривые, сужающиеся в положительном направлении оси ОУ. При определенных, достаточно высоких порядках, кривые, напоминающие параболы, визуальнo разрываются и образуют систему кривых, частично располагающихся в 3-м и 4-м квадрантах. При этом на кривых, выходящих из поля зрения, мы наблюдаем точки перегиба, что явно указывает на то, что они не являются кривыми второго порядка – гиперболами.

Таким образом, абсолютно все известные из научно-технической литературы положения и высказывания относительно изохром при малых углах ψ между нормалью и оптической осью одноосных кристаллов оказываются ошибочными, а именно:

- все изохромы имеют не второй, а восьмой порядок;
- не окружности, а центры замкнутых кривых восьмого порядка перемещаются в положительном направлении проекции оптической оси кристалла по мере увеличения угла ψ .

В одной и той же коноскопической картине могут наблюдаться одновременно как замкнутые, так и разомкнутые изохромы, и не существует определенного угла, согласно [15], равного $\psi = \arctg\sqrt{2} = 54,7^\circ$, при

превышении которого эллипсы (на самом деле, как указывалось выше, это не эллипсы) преобразуются в гиперболы (на самом деле, это тоже не гиперболы).

Помимо опровержения вышеперечисленных ошибочных утверждений, следует отметить два интересных факта, которые ранее и не могли попасть в поле зрения исследователей, пользующихся упрощенными уравнениями изохром. По мере увеличения угла ψ число замкнутых изохром в поле зрения действительно уменьшается до нуля, в нашем численном примере – при $\psi > 20^\circ$ мы наблюдаем только расходящиеся кривые. Во-вторых, расстояние между точкой пересечения самой нижней изохромой с осью Y и точкой пересечения ее самой верхней изохромой (его можно назвать «начальной толщиной пучка изохром») по мере увеличения угла ψ уменьшается.

Рассмотрим далее картину изохром при $\psi > 20^\circ$.

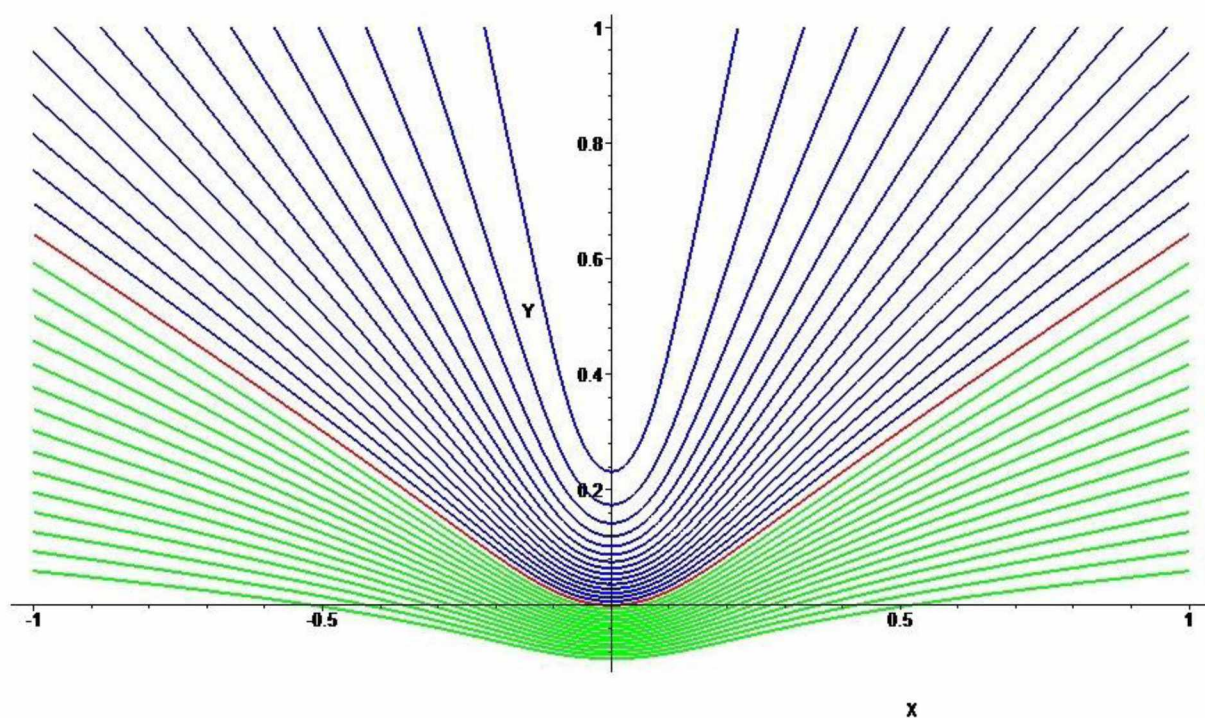


Рисунок 30. Теоретическая картина изохром в коноскопической картине кристалла парателлурита для угла между нормалью к поверхностям и оптической осью $\psi = 25^\circ$.

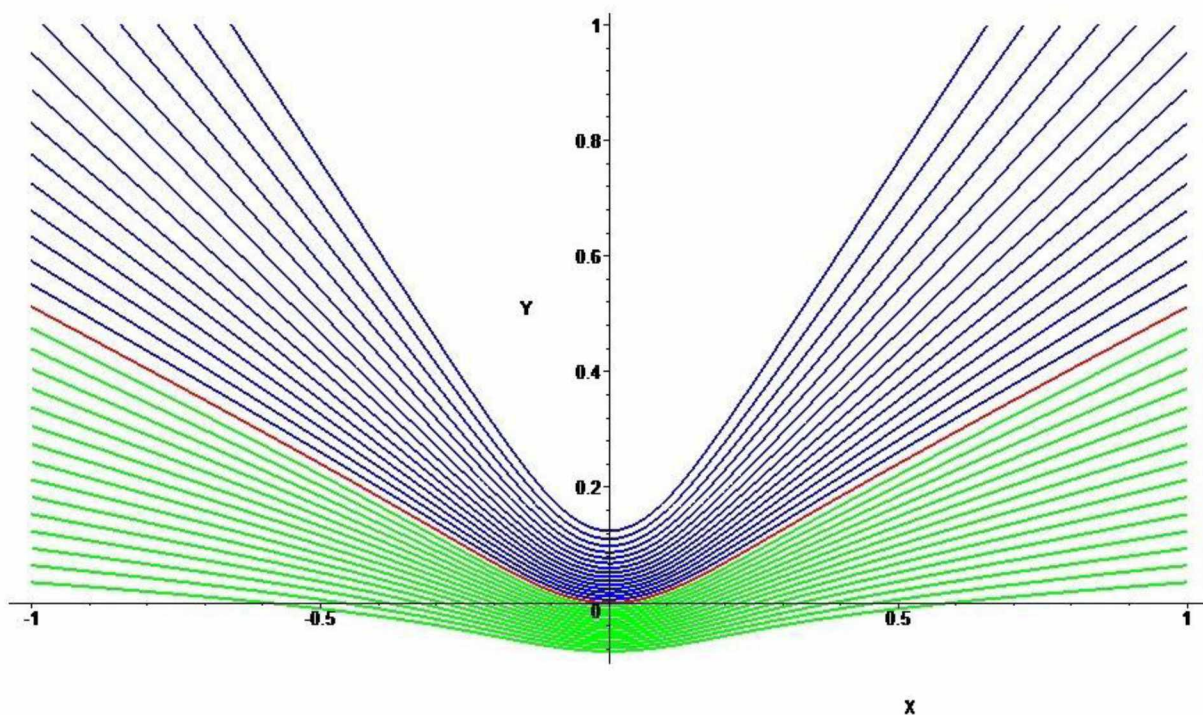


Рисунок 31. Теоретическая картина изохром в коноскопической картине кристалла парателлурита для угла между нормалью к поверхностям и оптической осью $\psi = 30^\circ$

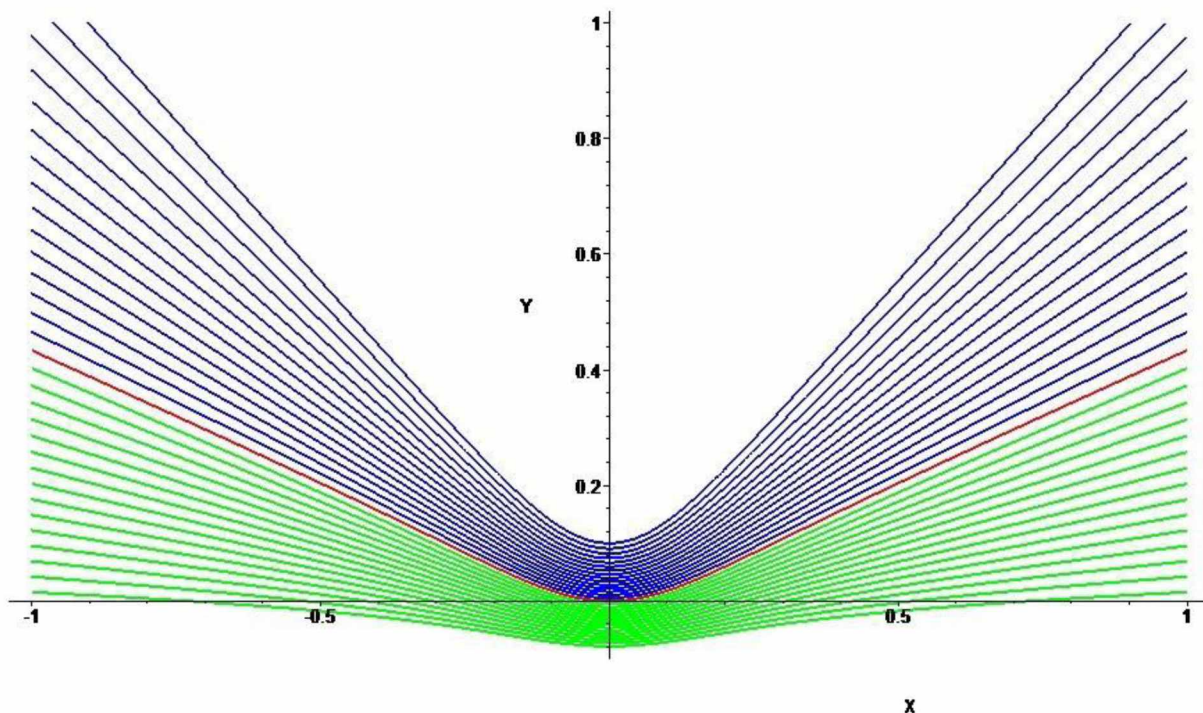


Рисунок 32. Теоретическая картина изохром в коноскопической картине кристалла парателлурита для угла между нормалью к поверхностями и оптической осью $\psi = 35^\circ$

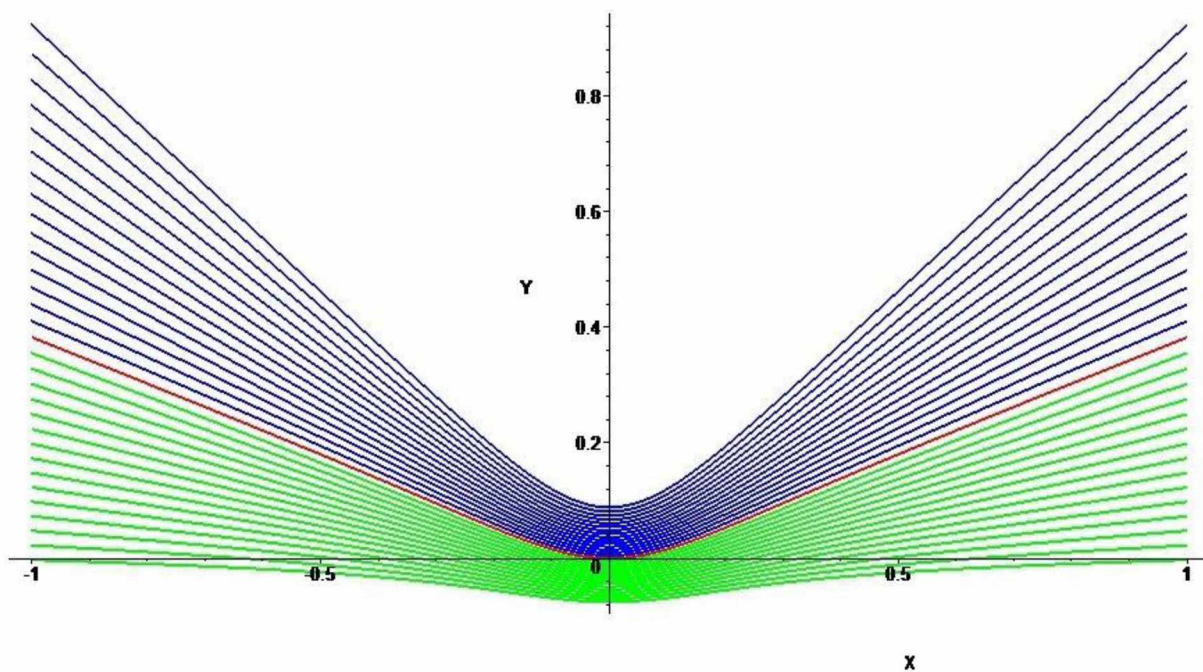


Рисунок 33. Теоретическая картина изохром в коноскопической картине кристалла парателлурита для угла между нормалью к поверхностями и оптической осью $\psi = 40^\circ$

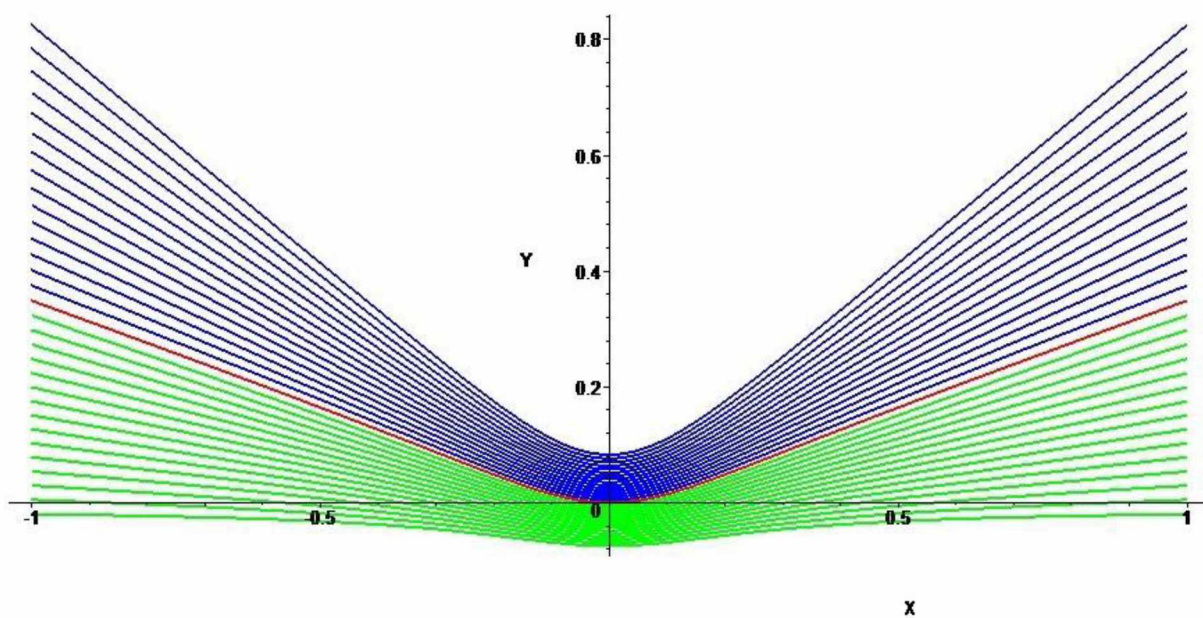


Рисунок 34. Теоретическая картина изохром в коноскопической картине кристалла парателлурита для угла между нормалью к поверхностями и оптической осью $\psi = 45^\circ$

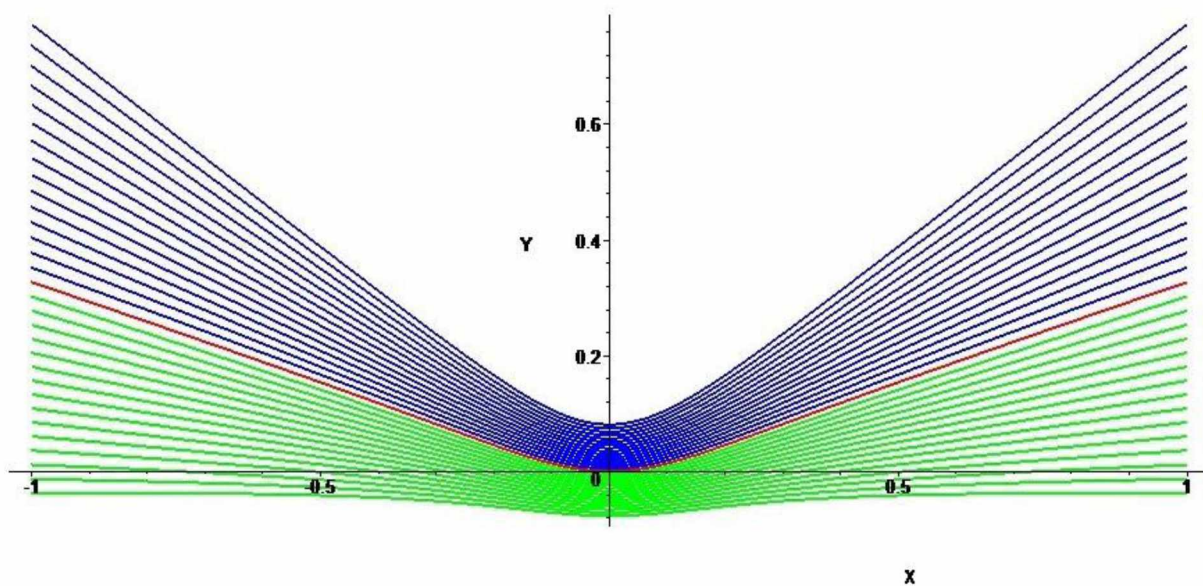


Рисунок 35. Теоретическая картина изохром в коноскопической картине кристалла параллелурита для угла между нормалью к поверхностями и оптической осью $\psi = 50^\circ$

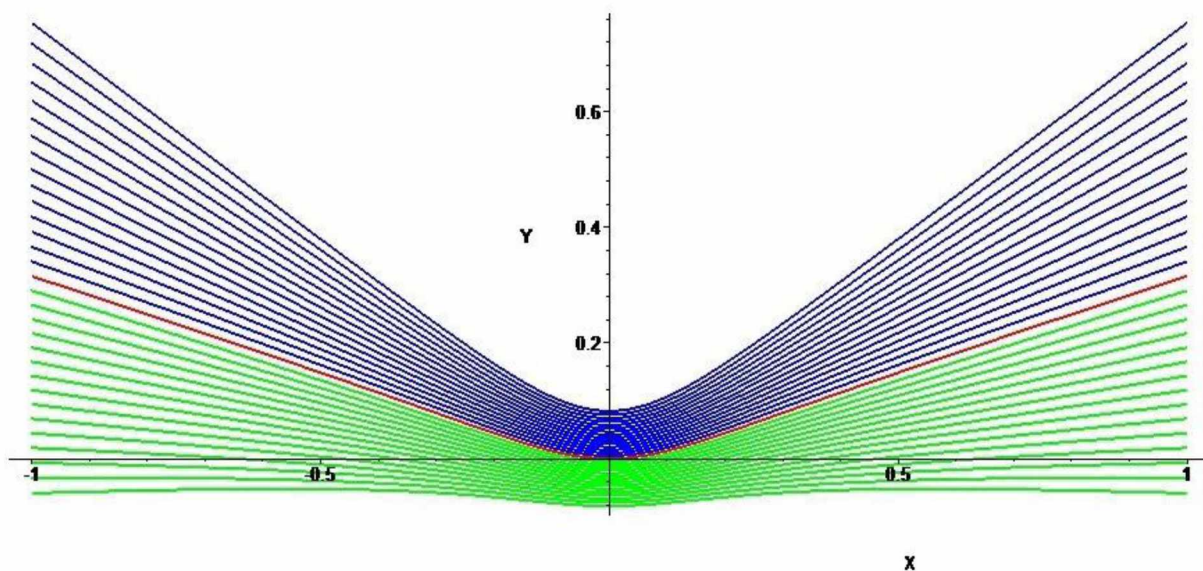


Рисунок 36. Теоретическая картина изохром в коноскопической картине кристалла параллелурита для угла между нормалью к поверхностями и оптической осью $\psi = 55^\circ$

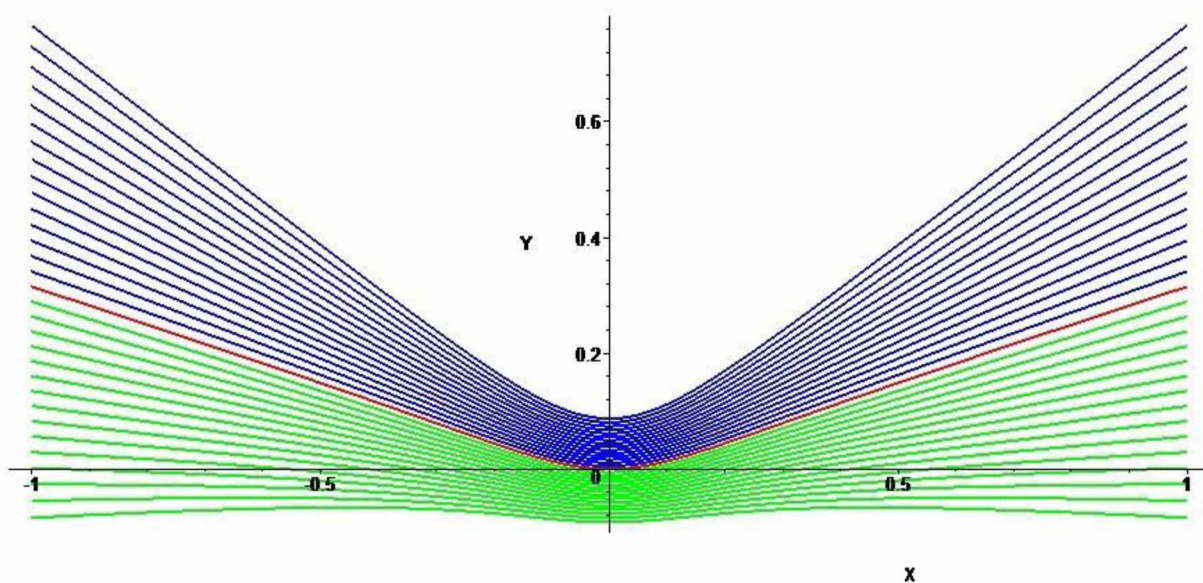


Рисунок 37. Теоретическая картина изохром в коноскопической картине кристалла парателлуриита для угла между нормалью к поверхностям и оптической осью $\psi = 60^\circ$

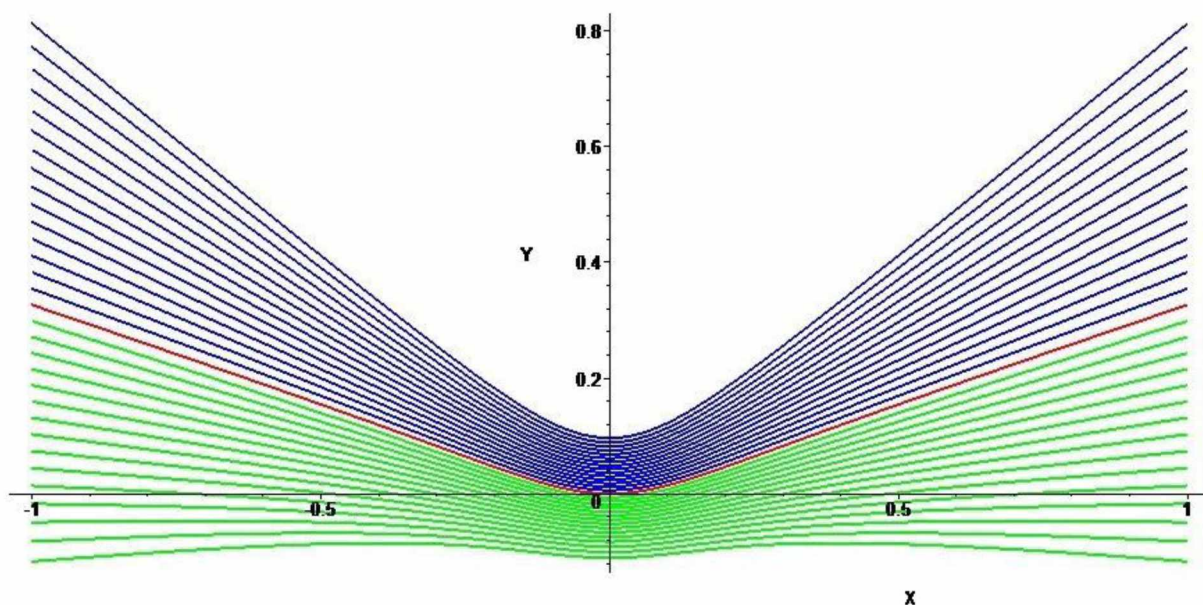


Рисунок 38. Теоретическая картина изохром в коноскопической картине кристалла парателлуриита для угла между нормалью к поверхностям и оптической осью $\psi = 65^\circ$

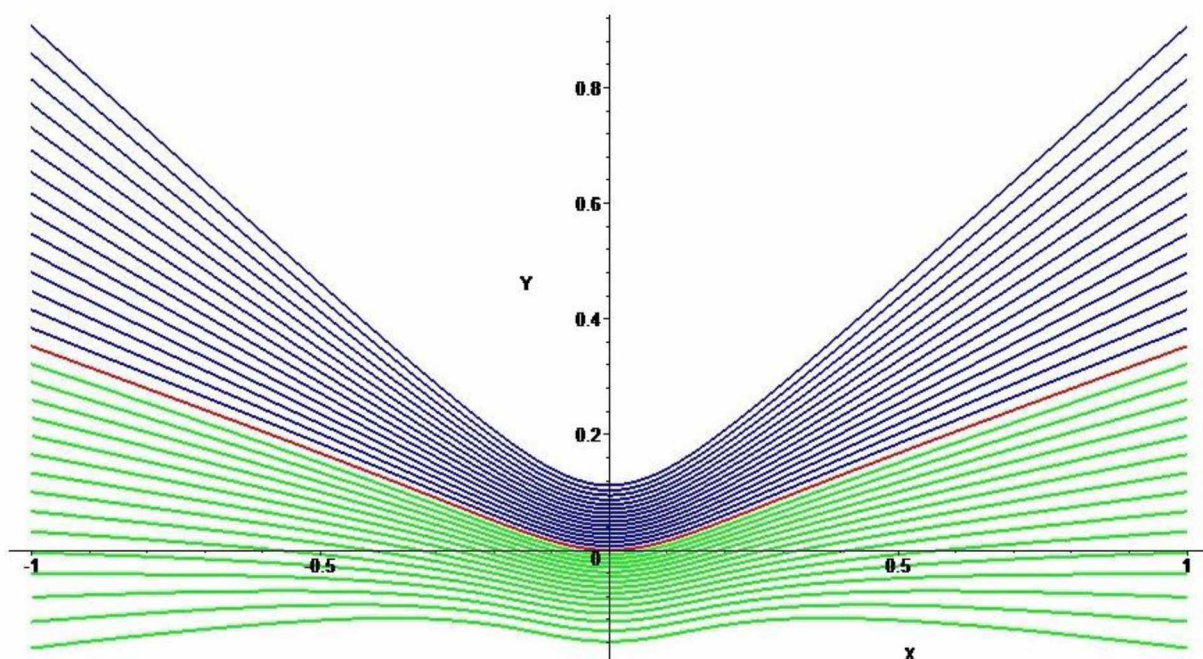


Рисунок 39. Теоретическая картина изохром в коноскопической картине кристалла парателлурита для угла между нормалью к поверхностями и оптической осью $\psi = 70^\circ$

На следующих рисунках замыкающихся кривых – изохром также не наблюдается. Вплоть до углов $\psi < 50^\circ$ толщина пучка изохром в центре картины уменьшается, самая последняя верхняя изохрома имеет самые большие радиусы кривизны по мере удаления от начала координат и близка к прямой.

Начиная с угла $\psi = 65^\circ$, наблюдаются резкое утолщение пучка изохром в центре коноскопической картины и увеличение углов наклона изохром к оси X в первом и втором квадрантах.

Наконец, между значениями углов ψ , равными 70° и 75° , в III и IV квадрантах наблюдается разрыв пучка изохром, и самые нижние (с максимальными порядками m) изохромы выходят из поля зрения.

При дальнейшем увеличении угла ψ (рисунки 40 и 41 для углов ψ , равных, соответственно, 80° и 85°) картина изохром симметризуется относительно оси X, а сами кривые приобретают вид, близкий к виду

гипербол. Однако, вплоть до угла $\psi = 90^\circ$ они являются не гиперболами, а кривыми восьмого порядка. И только при угле $\psi = 90^\circ$ коноскопическая картина, рассмотренная ранее, становится симметричной относительно оси X. Но и в этом случае изохромы являются кривыми не второго, а четвертого порядка.

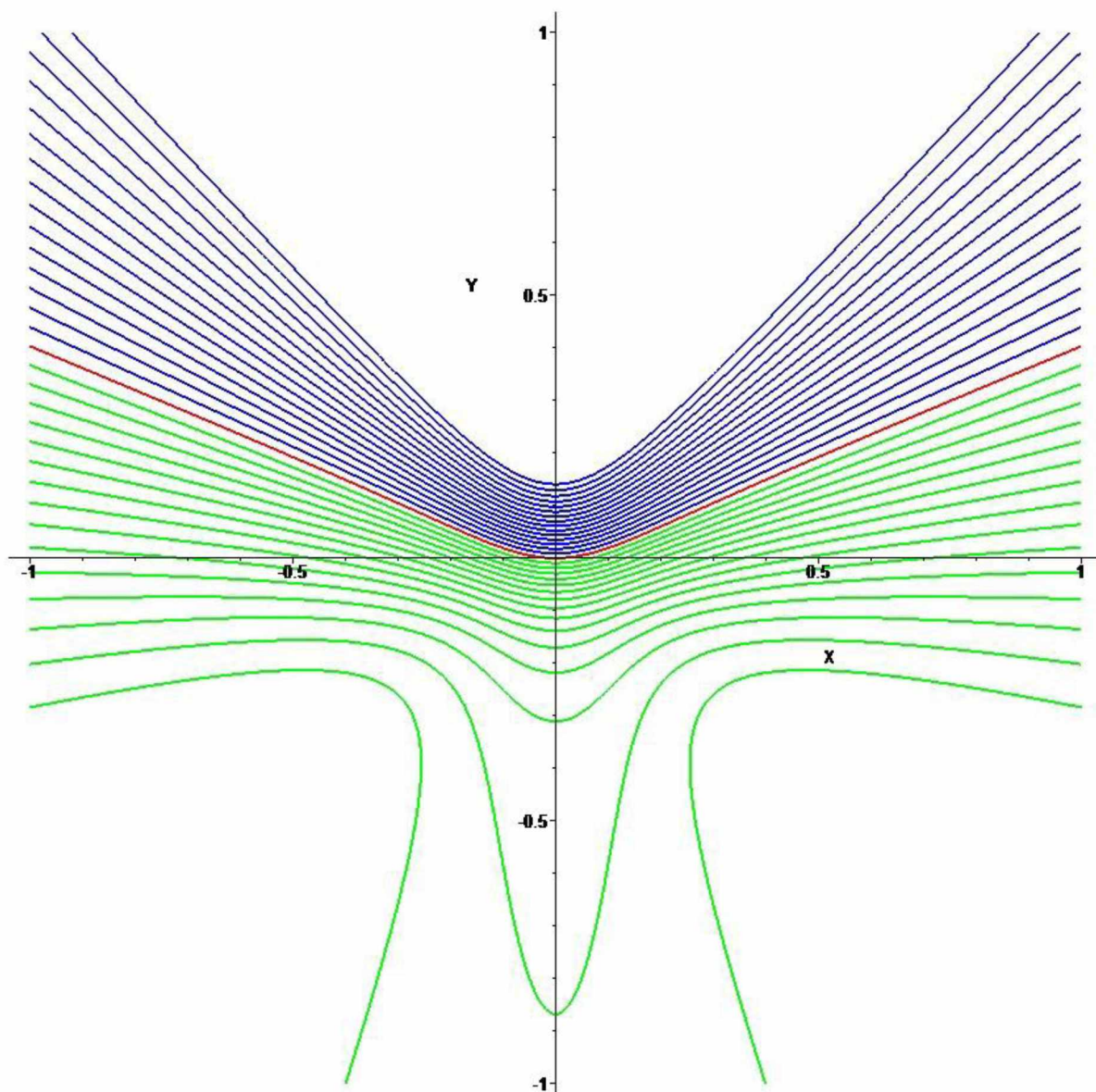


Рисунок 40. Теоретическая картина изохром в коноскопической картине кристалла парателлуриита для угла между нормалью к поверхностям и оптической осью $\psi = 75^\circ$

Замкнутость кривых – изохром

Для кристаллов, у которых угол между осью и нормалью равен нулю, решение вопроса о замкнутости изохром очевидно: изохромы любых порядков являются окружностями, и, следовательно, все они замкнуты. Для кристаллов, у которых оптическая ось и нормаль взаимно ортогональны, этот вопрос требует специального рассмотрения. Если бы изохромами для такого случая были гиперболы, как это утверждалось в [15] и почти во всех известных публикациях, то восемь ветвей гипербол должны были асимптотически попарно приближаться к прямым $Y=X$ и $Y=-X$ и нигде не замыкаться внутри квадрантов. Но, как было ранее показано в данной главе, в действительности изохромами для рассматриваемого случая являются кривые четвертого порядка, и их вид по мере удаления от начала координат не угадывается даже интуитивно (рисунок 25). В связи с этим рассмотрим вопрос о замкнутости изохром сразу для общего случая, при котором оптическая ось кристалла и нормаль к его поверхностям не совпадают по направлению.

Перейдем от записи изохром (2.18) в декартовой системе координат к его записи в полярной системе координат. Для этого введем полярный радиус $r = \sqrt{x^2+y^2}$ и полярный угол φ , отсчитываемый для удобства от оси y (это исключает необходимость рассмотрения расположения изохром во II и III квадрантах в силу их симметрии относительно этой оси). После преобразования получаем уравнение

$$\cos \varphi = \operatorname{ctg} \psi \frac{A(r)}{r} \pm \frac{1}{\sin \psi} \sqrt{\frac{N_o^2}{N_o^2 - N_e^2} \cdot \left(\left(\frac{A(r)}{r} \right)^2 - \frac{B(r)A(r)}{r^2} \right)},$$
$$A(r) = \frac{m\lambda \sqrt{r^2 + f^2}}{h} + \sqrt{(N_o^2 - 1)r^2 + N_o^2 f^2},$$
$$B(r) = (N_e^2 - 1)r^2 + N_e^2 f^2.$$

Анализ данного уравнения сводится к выяснению того, является ли полярный радиус r ограниченной величиной при любых значениях $\psi > 0$ и любых значениях порядков изохром m и остальных параметров.

Соответствующие выкладки, не приведенные полностью вследствие крайней громоздкости, показывают, что, действительно. Для любых комбинаций входящих в уравнение параметров существует максимальное полярное расстояние r_{max} , определяемое формулой

$$r_{max} = \frac{(1 + C) \left(\frac{m\lambda}{h} + \sqrt{N_o^2 - 1} \right)}{2(N_e^2 - 1)} + \\ + \frac{\sqrt{(1 + C)^2 \left(\frac{m\lambda}{h} + \sqrt{N_o^2 - 1} \right)^2 + 4(N_e^2 - 1) \left((1 + C) \left(\frac{m\lambda f}{h} + N_o f \right) - N_e^2 f^2 \right)}}{2(N_e^2 - 1)},$$

где C – константа, не зависящая от угла φ .

Это означает, что любые изохромы в коноскопических картинах одноосных кристаллах являются замкнутыми кривыми во всем диапазоне возможных углов $0 \leq \psi < 90^\circ$ между нормалью и оптической осью.

Глава III. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ЧАСТЬ

В настоящей главе проведена экспериментальная проверка корректности общего уравнения изохром путем практического получения коноскопических картин одноосных монокристаллов парателлурита и ниобата лития на элементах, вырезанных как в хорошо исследованных направлениях (ортогонально оптической оси и в плоскости оптической оси), так и в направлениях, детально не рассматривавшихся в известной литературе. Формы изохром, зафиксированные цифровыми камерами на полупрозрачных рассеивающих экранах, сравнивались с теоретически рассчитанными.

После получения подтверждения совпадения теоретической и экспериментальной формы изохром с точностью, лимитируемой лишь разрешением оптических систем, далее в главе рассмотрены некоторые наиболее очевидные приложения созданного и прошедшего проверку математического аппарата в новых для метода коноскопии областях. Это анализ оптических аномалий (ОА) – аномальной двуосности, свилей, локальных вариаций показателей преломления, прогнозирование моментов изменения оптического знака при нагревании и охлаждении кристаллов на примере кристалла SBN. В заключительной части главы подробно представлены выработанные в результате анализа уравнения изохром рекомендации по техническому обеспечению метода коноскопии при использовании лазеров в качестве источников монохроматического света. Рекомендации касаются оптимальных размеров кристаллов, длин волн применяемого излучения, наиболее информативных порядков интерференционных максимумов, параметров оптической схемы (угловой апертуры, фокусного расстояния проекционной системы) и ее устройства, а также требуемого качества полировки оптических элементов. Проведен предварительный анализ и других потенциальных приложений разработанного метода лазерной коноскопии.

3.1. Экспериментальная проверка уравнения изохром на монокристаллах парателлурита и ниобата лития

Для сопоставления теоретических и экспериментальных форм изохром были изготовлены и исследованы как можно более крупные образцы кристаллов. Во-первых, это диктовалось тем, что число наблюдаемых изохром тем больше, чем больше толщина кристалла, а наиболее информативная часть коноскопической картины соответствует изохромам высоких порядков. Во-вторых, использование и широких конических пучков лазерного света обеспечивает возможность исследования оптических неоднородностей в кристаллах больших размеров с помощью метода коноскопии сразу во всем объеме и находить локализацию этих неоднородностей, что принципиально невозможно в случае применения поляризованных микроскопов стандартных конструкций. На рисунках 41 и 42 представлены, соответственно, образцы монокристаллов ниобата лития ($LiNbO_3$) и парателлурита ($\alpha - TeO_2$), имевшие рекордно большие размеры. Они представляли собой булы, выращенные из расплава способом Чохральского, направление вытягивания которых совпадало с оптической осью (ниобата лития) и было ортогонально оптической оси (парателлурит, направление $[110]$).

Из крупногабаритных булы были вырезаны, сориентированы рентгенографически, отшлифованы и отполированы оптические элементы меньших размеров в различных кристаллографических направлениях. Нормали к углам взаимно параллельных граней этих элементов составляли с оптическими осями углы ψ , значения которых соответствовали как простым кристаллографическим индексам ($[001]$, $[110]$, $[100]$), так и таким направлениям, в которых ранее коноскопические картины не получались и не исследовались. На рисунке 43 представлен оптический элемент из кристалла парателлурита с наибольшими по площади гранями, нормали к которым имеют ориентацию оси симметрии 2-го порядка $[110]$. Данный элемент был

использован при сравнительных исследованиях теоретических и экспериментальных коноскопических картин вдоль этого направления.

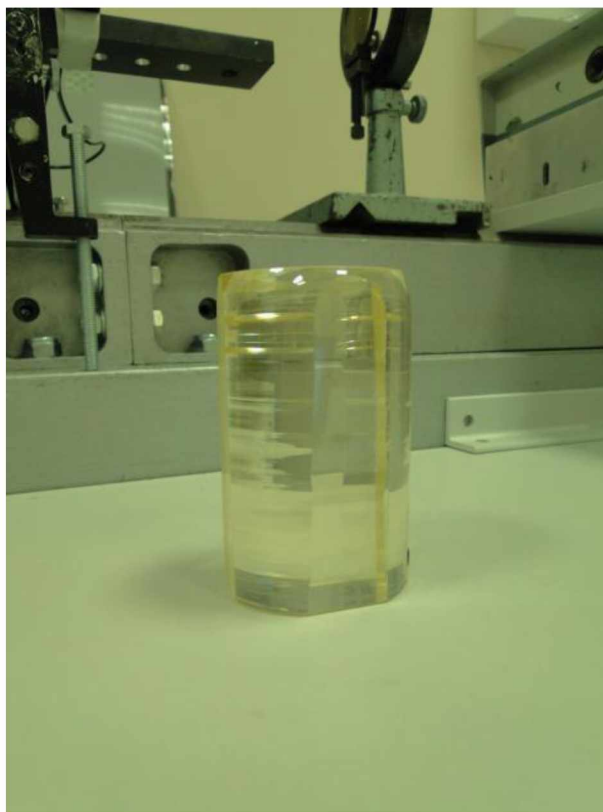


Рисунок 41. Монокристаллическая крупногабаритная буля ниобата лития диаметром 75 мм и высотой 130 мм, исследованная методом лазерной коноскопии

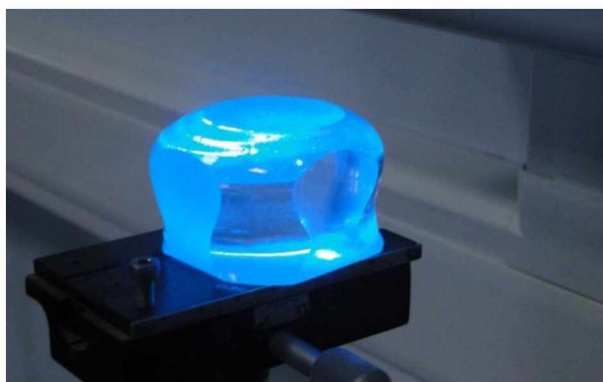


Рисунок 42. Монокристаллическая крупногабаритная буля парателлурита диаметром 68 мм и высотой 40 мм, исследованная методом лазерной коноскопии

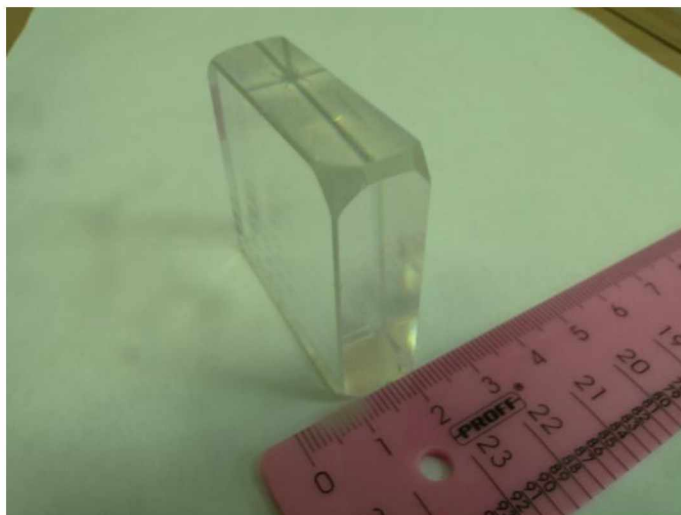


Рисунок 43. Элемент из кристалла парателлурита с двумя наибольшими гранями, ортогональными направлению $[110]$

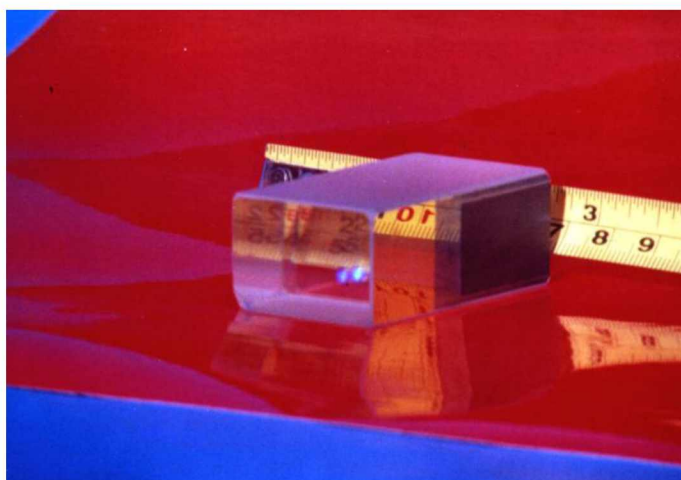


Рисунок 44. Элемент из кристалла парателлурита – светозвукопровод с пьезопреобразователем из ниобата лития – в виде прямоугольного параллелепипеда с длиной стороной вдоль оптической оси $[001]$

На рисунке 44 показан крупногабаритный элемент из парателлурита с длинной стороной ($h=53$ мм) вдоль оптической оси $[001]$, являющийся СЗП (светозвукопроводом) акустооптического электронного-перестраиваемого фильтра, на одной из грани которого был приварен пьезопреобразователь из кристалла ниобата лития. Помимо установления соответствия теоретических и экспериментальных форм изохром, данный элемент был использован для

исследования оптической однородности материала методом лазерной коноскопии.

При получении коноскопических картин была использована оптическая схема (рисунок 45), включающая лазер с длиной волны излучения $\lambda = 533$ нм, поляризатор, линзу, преобразующую лазерный пучок в конический, анализатор, проекционную линзу и полупрозрачный экран, за которым находилась цифровая камера для фиксации изображений – изохром.

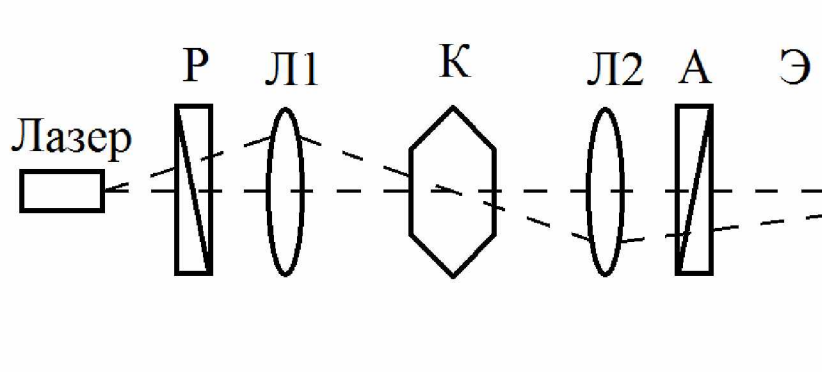


Рисунок 45. Оптическая схема для получения коноскопических картин кристаллов с помощью лазера



Рисунок 46. Крупногабаритная буля монокристалла $LiNbO_3$ на стенде для изучения коноскопических картин, получаемых с помощью лазера. Ось цилиндрической були совпадает с направлением оси конуса лазерных лучей

Процесс получения коноскопических картин крупногабаритного кристалла ниобата лития с помощью лазера «QuautumTorrus» на $YAG:Nd^{3+}$ с удвоением частоты представлен на рисунке 46.

Наиболее ярким подтверждением выведенных теоретических соотношений, описывающих форму изохром, явились опыты, проведенные на чрезвычайно крупном оптическом элементе из парателлурита, вырезанным и отполированным по кристаллографическим плоскостям с ориентациями, никогда ранее не обсуждавшимися в научной литературе. Одна из пар граней соответствовала углу $\psi = 16^\circ$, другая – углу $\psi = 84^\circ$. Данный оптический элемент представлен на рисунке 46.



Рисунок 47. Экспериментальный образец одноосного монокристалла парателлурита с гранями, нормали к которым составляют с оптической осью углы $\psi = 16^\circ$ и $\psi = 84^\circ$

Теоретические и экспериментальные коноскопические картины для кристалла парателлурита с гранями, нормали к которым составляют с оптической осью углы $\psi = 16^\circ$ (а) и $\psi = 84^\circ$ (б), представлены на рисунке 47. картина изохром для ориентации граней с углом $\psi = 84^\circ$ получена с

помощью излучения лазера на Ar (аргоне) с длиной волны $\lambda = 488\text{нм}$ (синий цвет).

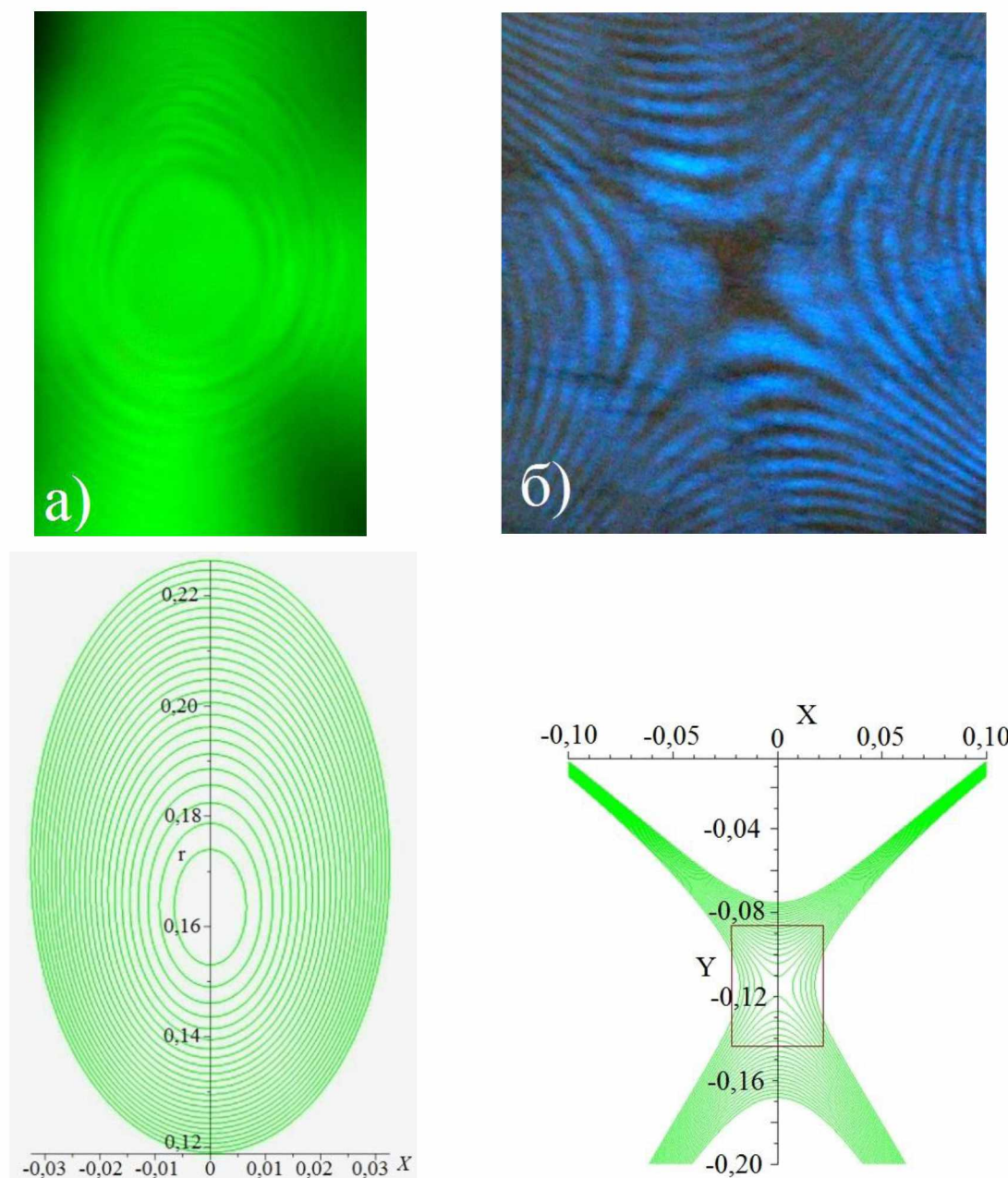


Рисунок 48. Экспериментальные (верхний ряд) и теоретические (нижний ряд) картины изохром в лазерных коноскопических картинах крупногабаритного монокристалла парателлуриата для пар граней с углами между нормалью и осью $\psi = 16^\circ$ (а) и $\psi = 84^\circ$ (б)

Результаты сравнения форм изохром, полученных расчетным путем и экспериментально, говорят о том, что они совпадают в пределах влияния шумов в реальных изображениях, связанных с неидеальностью внутренней

структуры и поверхностей кристалла, с неидеальностью структуры лазерного пучка и с проявлением спекл-структуры на экране.

Важно отметить, что еще до изготовления исследованного оптического элемента с редкими ориентациями граней этот же кристалл с первоначальными гранями, ортогональными оси $[001]$, также был исследован методом коноскопии. При этом на всех картинах, одна из которых представлена на рисунке 49, изохромами являлись окружности, что для такой ориентации в точности соответствует их теоретической форме в случае идеального кристалла.

Таким образом, наличие в коноскопических картинах исследованного одноосного кристалла изохром, не являющихся кривыми второго порядка, является естественным фактором, вытекающим из разработанной теории.

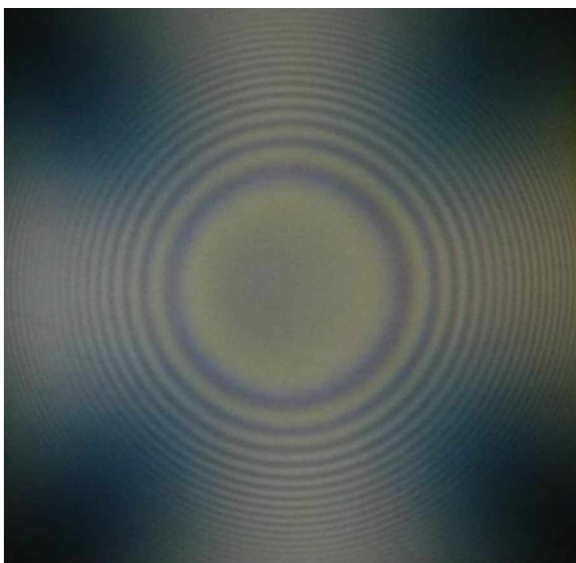


Рисунок 49. Коноскопическая картина кристалла парателлурита, полученная в направлении оптической оси $[011]$

3.2. Наблюдения оптических аномалий в парателлурите и ниобате лития методом лазерной коноскопии

Во многих кристаллах, как и в стеклах, при определенных – неоптимальных – условиях их получения образуются различные оптические аномалии (ОА), обнаруживаемые иногда визуально, а иногда – только с

помощью специальных методов и аппаратуры. Поскольку метод коноскопии является интерференционным и, следовательно, обладающим максимально возможной чувствительностью, в настоящей работе он был использован экспериментально в целях обнаружения ОА и их классификации, а с помощью созданного математического аппарата – с целью количественных оценок вариаций показателей преломления и ответственных за них механических напряжений, обусловленных дефектами структуры кристалла. Оптические аномалии (оптические неоднородности) – это, согласно современным работам [7,60], – любые обнаруживаемые нарушения оптической индикатрисы кристалла. Согласно принятой классификации, также обоснованной в указанных работах, ОА по масштабу a подразделяются на ОА макроуровня ($a > 100$ мкм), мезоуровня (10 мкм $< a < 100$ мкм) и микроуровня $a < 10$ мкм.

Метод коноскопии позволяет выявлять ОА всех типов. Аномалии макроуровня, проявляющиеся в длинных сериях изломов на соседних изохромах, расположенных на одной прямой линии, хорошо наблюдаются в коноскопической картине монокристалла парателлурита, представленной на рисунке 50.

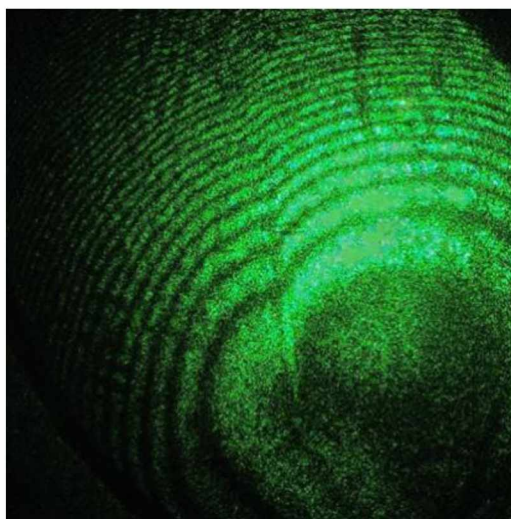


Рисунок 50. Серия изломов на соседних изохромах вдоль оптической аномалии – свили в коноскопической картине монокристалла парателлурита, полученной с помощью лазера с длиной волны излучения 533 нм на полупрозрачном экране в направлении оптической оси ($\psi = 0$)

Оптические аномалии мезоуровня также хорошо выявляются методом лазерной коноскопии, что показано на рисунке 51. На нем видны отдельные изломы на изохромах, показанные стрелками. Однако, в отличие от случая наблюдения свили, изломы не повторяются на соседних изохромах и отражают локальные нарушения оптической индикатрисы монокристалла парателлурита, простирающиеся в кристалле не более, чем на 50–100 мкм. Самое значимое отклонение изохромы от теоретической формы – окружности очень большого радиуса – мы наблюдаем в левом углу квадрата (проекции на экран элемента из кристалла, закрытого маской с квадратной прорезью) у крайней изохромы. Это отклонение, как видно на картине, составляет примерно половину расстояния между изохромами близких порядков, что соответствует разности хода $\Delta \sim \frac{\lambda}{2}$.

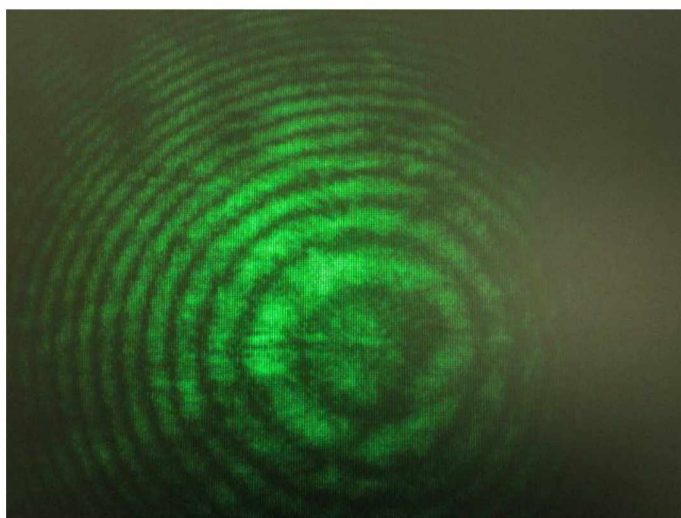


Рисунок 51. Отдельные мелкие ОА мезоуровня, выявленные методом лазерной коноскопии в монокристалле парателлурита

Другими встречающимися в одноосных кристаллах оптическими аномалиями является аномальная двуосность [18]. Она состоит в том, что вместо выхода одной оси, являющейся центром всех окружностей – изохром, а также точкой, в которой должны сходиться четыре балки мальтийского креста изогир, наблюдаются две точки, вокруг которых располагаются не

окружности, а изохромы в виде лемнискат, плавно переходящих по мере удаления от центра коноскопической картины в овалы Кассини. На рисунке 52 показана полученная с помощью лазерного излучения коноскопическая картина теоретически одноосного монокристалла ниобата лития ($LiNbO_3$), вырезанного ортогонально оптической оси ($\psi = 0$). Вместо одной оси мы видим выходы двух наведенных осей, а также изохромы, форма которых изменяется, как указывалось выше. Форма изогир, как и изохром, искажена и не соответствует форме мальтийского креста.

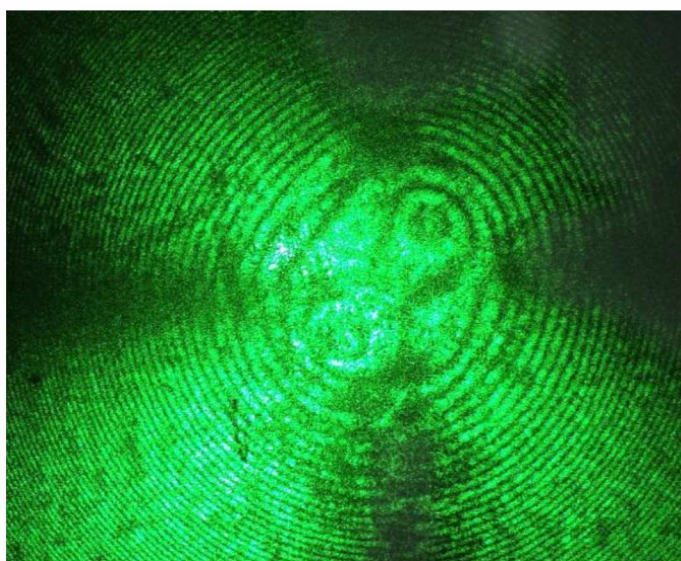


Рисунок 52. Коноскопическая картина аномально двуосного монокристалла ниобата лития, полученная с помощью лазерного излучения на полупрозрачном экране. Угол аномальной двуосности $2V = 50^\circ$

Причиной аномальной двуосности являются остаточные механические напряжения, возникающие в процессе роста и отжига одноосных кристаллов. В отличие от локально расположенных ОА – свилей, вариаций показателей преломления – аномальная двуосность, как правило, распространяется практически на весь кристалл и соответствует ОА макроуровня. Более того, в аномально – двуосном кристалле ОА других уровней – от микроуровня до мезоуровня, а также свилей могут вообще отсутствовать. Примером здесь является кристалл ниобата, коноскопическая картина которого показана на

рисунке 52. На изохромах мы не находим ни мелких, ни крупных изломов, нет и изломов, расположенных на соседних изохромах вдоль одной прямой, характерных для оптических аномалий – свилей. Такие объемные искажения оптической индикатрисы вызваны большими и равномерно распределенными по всему кристаллу остаточными механическими напряжениями сжатия и растяжения, в частности, одноосными напряжениями. Их можно рассчитать по формуле, приведенной в работе [18]:

$$\operatorname{tg} V = \frac{\sqrt[4]{[(\pi_{1\mu} - \pi_{2\mu})\sigma_{\mu}]^2 + (2\pi_{6\mu}\sigma_{\mu})^2}}{\sqrt{N_o^{-2} - N_e^{-2}}}, \quad (3.1)$$

где π – компоненты тензора пьезооптических коэффициентов, σ_{μ} – компоненты тензора механических напряжений, V - половина угла между наведенными осями. Угол $V_{\text{изм}}$, который можно измерить непосредственно на экране, позволяет найти и истинный угол V из очевидного приближенного соотношения

$$V = \arcsin \left\{ \frac{\sin[\operatorname{arctg}(\frac{\ell}{2d})]}{\bar{N}} \right\}, \quad (3.2)$$

где ℓ – расстояние между точками выхода оптических осей на экране, d – расстояние между выходной поверхностью кристалла и экраном $\bar{N} = \frac{|N_o - N_e|}{2}$ – средний показатель преломления. В исследованном кристалле ниобата лития половина угла между осями V составляет $51'$. Механическое одноосное напряжение сжатия (от периферии кристалла к центру по радиусу), направленному вдоль оси $[110]$, рассчитанное согласно (3.1), составляло 94 МПа. Приведенная методика расчета механических напряжений $\pi_{i\mu}$, ответственных за аномальную двуосность одноосных кристаллов, была также апробирована на монокристалле парателлурита, коноскопическая картина которого представлена на рисунке 53.

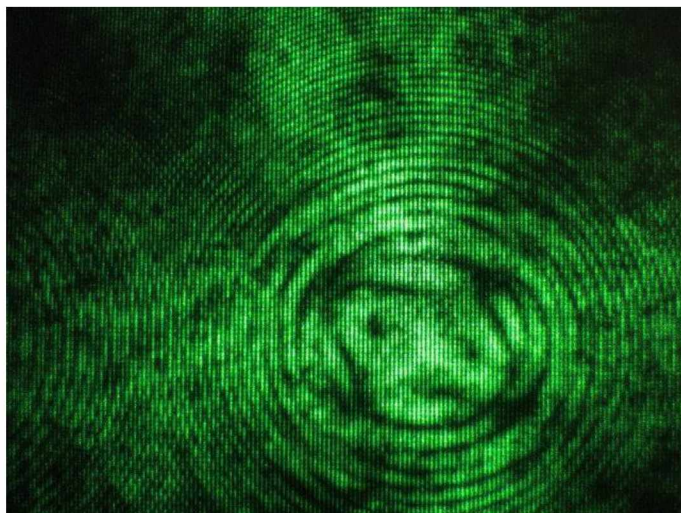


Рисунок 53. Проявление пьезооптического эффекта, вызванного механическими направлениями растяжения, в виде аномальной двуосности с углом между наведенными осями $2V \sim 27'$, наблюдаемой в коноскопической картине монокристалла парателлурита, полученной с помощью лазерного излучения в направлении оптической оси ($\psi = 0$) для объема в центре (на оси) були. Две темные точки – выходы наведенных осей

Расчеты дают для величины механического напряжения значения $\sigma = 28$ МПа, соответствующее изменению модуля разности главных показателей преломления $|N_o - N_e| = \Delta N \sim 3 \cdot 10^{-5}$. Такие относительно небольшие вариации показателей преломления и небольшие механические напряжения, вызвавшие искажения оптической индикатрисы кристалла парателлурита (это относится и к кристаллу ниобата лития), дают, тем не менее, общее низкое качество материала в значительной части объема. Поэтому диагностика одноосных кристаллов методом лазерной коноскопии с целью выявления аномальной двуосности и расчета углов двуосности и соответствующих им механических напряжений и отклонений величин показателей преломления от номинальных значений актуальна для внедрения на предприятиях, выращивающих кристаллы, изготавливающих из них оптические или оптоэлектронные элементы, а также в организациях,

разрабатывающих и выпускающих устройства на основе этих элементов. Здесь одним из главных преимуществ метода лазерной коноскопии является возможность исследования сколь угодно крупных оптических кристаллов, на которых с двух противоположных сторон (желательно, ортогональных оптической оси) прополируются взаимно параллельные грани. Такой образец изучается с помощью конических лазерных пучков, после чего решается вопрос о выборе наиболее однородных объемов материала и об оптимальной схеме разрезания массивного кристалла на оптические элементы.

Изменение оптического знака кристаллов SBN

Уравнение изохром (2.18) было использовано при расчетах наилучших параметров опыта – толщины кристалла, угловой апертуры осветительной системы, фокусного расстояния проекционной системы, – имеющего целью наблюдения инверсии оптического знака при нагревании и охлаждении оптически положительного при комнатной температуре монокристалла SBN (ниобата стронция, бария Sr_xBa_{1-x}, Nb_2O_6). Температурный интервал, в котором осуществлялись с помощью метода коноскопии наблюдения этого редкого для кристаллов явления, включая точку $T=358\text{ K}$, при которой показатели преломления обыкновенного и необыкновенного лучей становятся одинаковыми ($N_o = N_e$), двупреломление исчезает и, следовательно, должны исчезать изохромы в коноскопической картине, поскольку кристалл становится оптически изотропным. Данный вывод согласуется с экспериментальными наблюдениями проведенными в работе [1]. При различных температурах наблюдались коноскопические картины, представленные на рисунке 54. С точностью, соответствующей аппаратным погрешностям метода, эти картины совпали с картинами, рассчитанными согласно уравнению (2.18) при подстановке в него данных о температурной дисперсии $N_o(T)$ и $N_e(T)$, известных из работы [66]. При нагревании последовательно происходили увеличения расстояний между соседними изохромами и их уход к краям картины и из поля зрения до

полного исчезновения при температуре 358 К. При остывании кристалла наблюдалось точное повторение процесса в обратном порядке: появление изохром из-за границ поля зрения, увеличение их количества и стягивание всей картины к центру поля зрения, соответствующему выходу оптической оси.

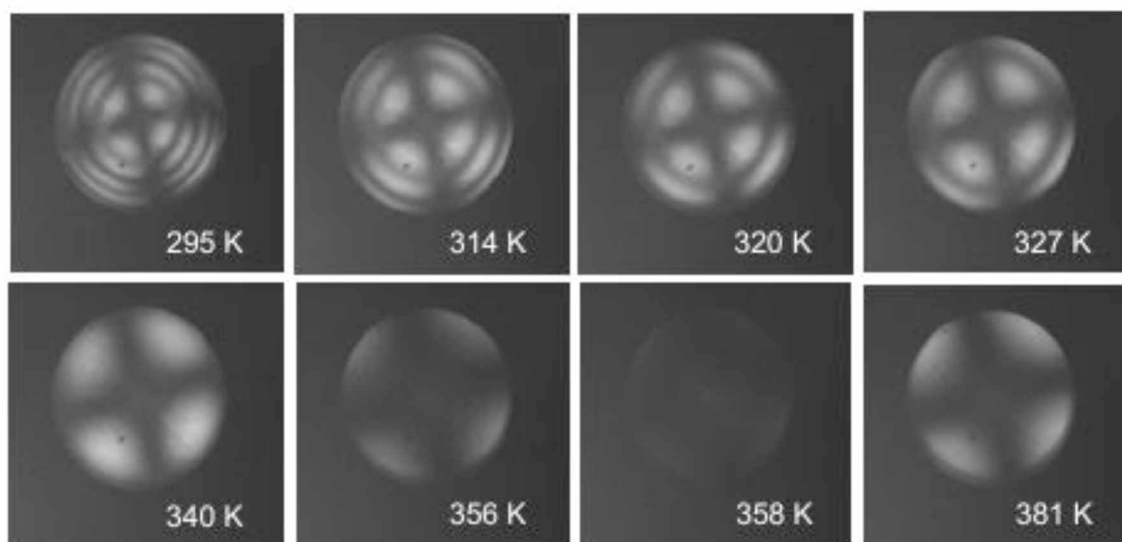


Рисунок 54. Коноскопические картины кристалла SBN, полученные последовательно в направлении оптической оси при нагревании и иллюстрирующие инверсию оптического знака кристалла при температуре 358 К [1]

Таким образом, уравнение изохром одноосного кристалла позволяет прогнозировать с высокой точностью не только положение и форму этих линий при какой-то одной постоянной температуре, но и рассчитывать все изменения изохром, вызываемые нагреванием или охлаждением кристалла. Для этого требуются только данные о температурной дисперсии обыкновенного и необыкновенного лучей. Не исключено и решение обратной задачи – определение температуры кристалла по виду изохром в коноскопической картине.

3.3. Следствия технического характера, вытекающие из уравнения изохром, и связанные с ними перспективы развития метода коноскопии

Ни в одной из известных публикаций, кроме авторских работ [19,32,46], не приведен анализ влияния тех или иных параметров оптической схемы для получения коноскопических картин, а также размеров кристаллов на вид изохром не только двуосных, но и одноосных кристаллов – даже в самом простом случае совпадения нормали с оптической осью ($\psi = 0$).

Полученное в настоящей диссертационной работе точное уравнение изохром позволило провести такой анализ для случая одноосных кристаллов, результаты которого представлены ниже.

На рисунке 55 представлены полученные путем компьютерного расчета коноскопические картины одноосных кристаллов для различных параметров оптической системы и различных главных значений показателей преломления обыкновенного и необыкновенного луча при постоянной длине волны излучения.

На рисунке 56 представлены полученные путем компьютерного расчета коноскопические картины одноосных кристаллов при различных главных показателях преломления обыкновенного N_o и необыкновенного N_e лучей, а также различных длин волн излучения $\lambda(\text{м})$. Нормаль совпадает с оптической осью ($\psi = 0$).

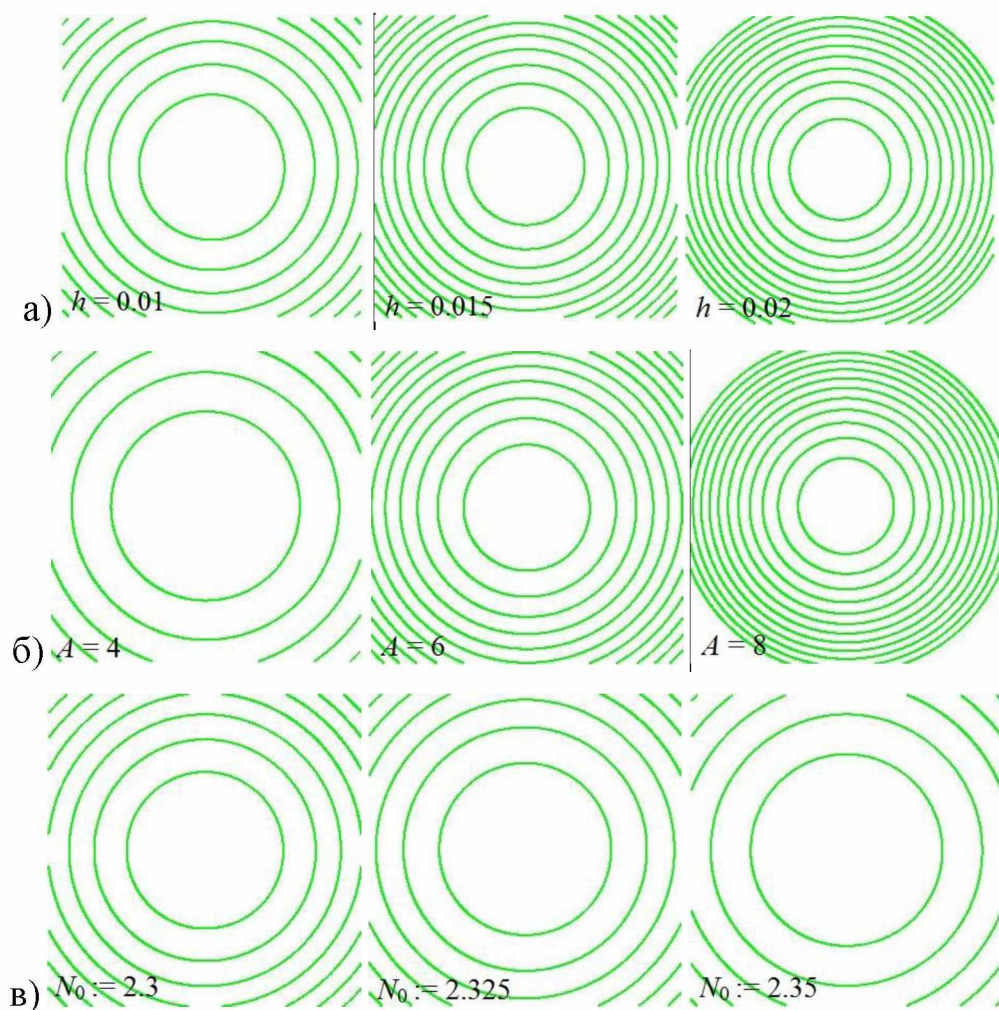


Рисунок 55. Коноскопические картины одноосных кристаллов при различных толщинах $h(\text{м})$, угловых апертурах A (угловых градусов) и показателях преломления обыкновенного луча N_o при постоянных – фокусном расстоянии проекционной системы $f(\text{м})$ и длине волны излучения $\lambda(\text{м})$.

Нормаль совпадает с оптической осью ($\psi = 0$):

а) $N_o = 2,2931$; $N_e = 2,2452$; $A = 10^0$; $\lambda = 5,461 \cdot 10^{-7}\text{м}$; $f = 0.20\text{м}$;

б) $N_o = 2,2931$; $N_e = 2,2452$; $h = 0,01\text{м}$; $\lambda = 5,461 \cdot 10^{-7}\text{м}$; $f = 0.20\text{м}$;

в) $N_o = 2,45$; $A = 10^0$; $h = 0,01\text{м}$; $\lambda = 5,461 \cdot 10^{-7}\text{м}$; $f = 0.20\text{м}$;

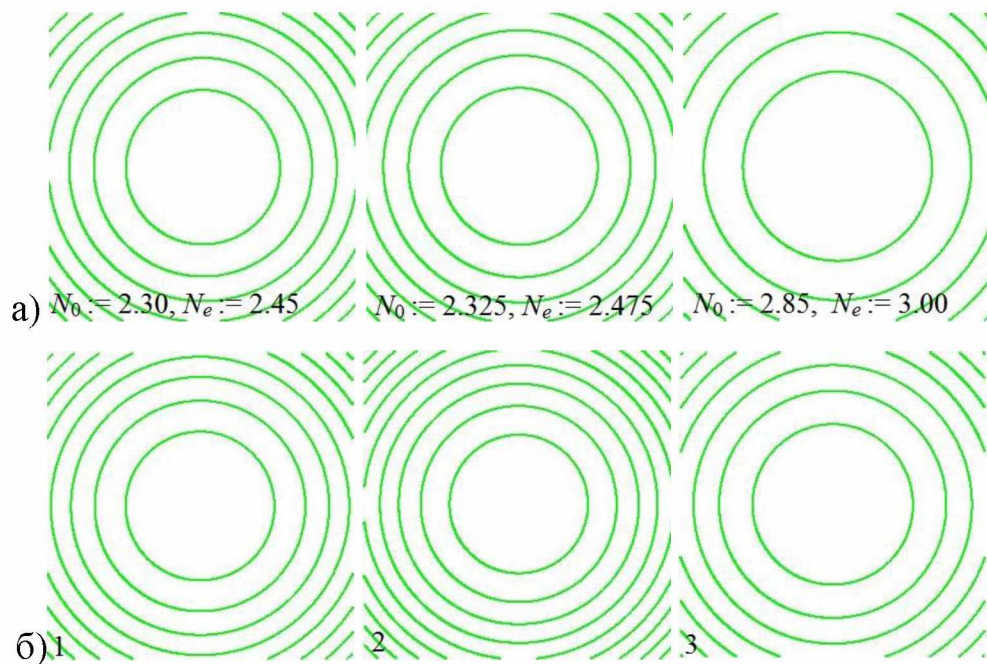


Рисунок 56. Коноскопические картины одноосных кристаллов при различных главных значениях показателя преломления обыкновенного N_o и необыкновенного N_e лучей, а также различных длин волн излучения $\lambda(\text{м})$ (б).

Нормаль совпадает с оптической осью ($\psi = 0^0$):

а) $f = 0.35\text{м}, A = 10^0, \lambda = 5,461 \cdot 10^{-7}\text{м}; h = 0.01\text{м};$

б) $f = 0.20\text{м}, A = 10^0; h = 0.01\text{м};$

1 - $N_o = 2,3478; N_e = 2,5164; \lambda = 4,678 \cdot 10^{-7}\text{м}$

2 - $N_o = 2,2931; N_e = 2,4520; \lambda = 5,461 \cdot 10^{-7}\text{м}$

3 - $N_o = 2,2597; N_e = 2,4119; \lambda = 6,328 \cdot 10^{-7}\text{м}$

Изменения, возникающие в коноскопических картинах одноосных кристаллов при изменениях одной из шести величин - h, A, N_o, N_e, f и λ - и постоянстве остальных величин, имеют следующие закономерности качественного и количественного характера.

1. При увеличении толщины кристалла h число наблюдаемых изохром (максимальный порядок m изохром) увеличивается, и коноскопическая картина стягивается к центра, расстояния между соседними изхромами $R_{i+1} - R_i$ уменьшаются.

2. При увеличении толщины кристалла h число наблюдаемых изохром (максимальный порядок m изохром) увеличивается, и коноскопическая картина стягивается к центру, расстояния между соседними изохромами $R_{i+1} - R_i$ уменьшаются.
3. При увеличении угловой апертуры A (угла раствора конуса лучей, падающих на кристаллы) число наблюдаемых изохром увеличивается при одновременном увеличении площади коноскопической картины.
4. При увеличении модуля разности главных показателей преломления $\Delta N = |N_e - N_o|$ и, соответственно, увеличении относительного двупреломления $\frac{\Delta N}{N_o}$, число изохром увеличивается, расстояние между ними уменьшается.
5. При увеличении фокусного расстояния проекционной системы f расстояния между соседними изохромами увеличиваются при одновременном увеличении площади коноскопической картины.
6. При увеличении длины волны излучения λ расстояния между соседними изохромами также увеличиваются при неизменной площади коноскопической картины.

Более детальное рассмотрение отмеченных закономерностей с помощью численного анализа уравнения (2.18) показывает, что все они имеют нелинейный, а иногда и немонотонный характер (например, при изменении оптического знака кристалла). Их аналитическое представление связано с чрезвычайно громоздкими математическими выражениями. Тем не менее, для решения прикладных задач, целью которых являются оптимизация условий наблюдения и повышение информативности коноскопических картин, использование перечисленных закономерностей весьма эффективно. Из них вытекают и важные следствия технического характера.

Например, из пунктов 1, 2, 4 становится очевидным преимущество лазерных систем над поляризационными микроскопами при получении коноскопических картин и их анализе. Действительно, конструкции

микроскопов определяют малые фокусные расстояния объектива f , малые угловые апертуры A и ограничения на максимальную толщину h исследуемых образцов. Такие ограничения отсутствуют у систем для лазерной коноскопии. Дополнительным относительным недостатком микроскопов является низкая освещенность получаемых коноскопических картин. Это связано, во-первых, с низкой мощностью световых потоков, даваемых конденсорными лампами накаливания и даже светодиодами, входящими в осветительные системы микроскопов; для обязательной монохроматизации излучения падающего на кристалл, в микроскопах применяются фильтры, ещё более снижающие яркость коноскопических картин.

Из п. 3 следует, что при прочих равных условиях в качестве источников лазерного излучения следует использовать лазеры видимого диапазона с относительно малой длиной волны, к которым относятся: лазер на $YAG:Nd^{3+}$ с удвоением частоты ($\lambda = 533$ нм); лазер на аргоне Ar^+ ($\lambda = 488$ нм); а также полупроводниковые лазеры на соединениях группы $A_{III}B_V$ ($GaAs$, $AlGaAs$), $InGaAsP$. Могут использоваться при коноскопических исследованиях и недавно разработанные полупроводниковые лазеры на структуре $InGaN$, которые обеспечивают непрерывное излучение при комнатной температуре в синей области спектра ($\lambda \sim 410$ нм) [30]. Для сине-зеленого края спектра существуют лазеры на полупроводниковых соединениях типа $A_{II}B_{VI}$, в состав которых входят такие элементы как Cd и Zn в комбинации с такими элементами как S , Se .

Среди лазеров, пригодных для получения коноскопических картин, следует отметить также: гелий-кадмиевый ($He - Cd$) лазер на переходе $2p_{3/2}$ ($\lambda = 416$ нм, синий переход); непрерывный лазер с диодной накачкой и с внутрирезонаторным удвоением частоты, генерационной средой для которых является кристалл $YVO_4:Nd^{3+}$ ($\lambda = 532$ нм); дающий зеленое излучение ($\lambda = 514,5$ нм) лазер на аргоне; ионный газовый лазер на криптоне Kr^+

($\lambda = 647,1$ нм), дающий красное излучение; лазер на парах меди, излучающий на двух длинах волн - $\lambda_1 = 510$ нм (зеленый цвет) и $\lambda_2 = 578$ нм (желтый цвет); лазеры на кристаллах александрита - $BeAl_2O_4:Cr^{3+}$ с длиной волны излучения $\lambda = 680,4$ нм; лазеры на красителяхх – ксантеновые (на красителе родамине 6G, $\lambda = 690$ нм), а также кумариновые ($\lambda = 450$ нм) с излучением в синей области спектра.

Таким образом, номенклатура современных лазеров обеспечивает достаточно большое число длин волн излучения, соответствующих видимому диапазону и пригодных для исследований прозрачных в этом диапазоне монокристаллов методом коноскопии. При этом список только фиксированных длин волн излучения (без учета длин волн излучения лазеров с перестраиваемой частотой генерации) этих лазеров включает почти все цветовые оттенки и представлен ниже в виде следующей последовательности значений (в нм) в порядке возрастания: 416; 450; 488; 510; 514; 532; 533; 647; 680; 690.

Ещё одним преимуществом использования лазеров в качестве источников света в методе коноскопии является то обстоятельство, что выходной лазерный пучок, как правило, линейно поляризован, что позволяет не применять в оптической схеме поляризатор, на котором (вследствие поглощения и отражения) всегда теряется часть лазерного излучения, из-за чего снижается яркость коноскопической картины.

Более важной и технически удобной является возможность отказа в методе лазерной коноскопии от классического применения выходной (после кристалла) собирающей линзы или объектива. Этот факт, по крайней мере, в известной литературе не упоминается. В настоящей работе проекционная линза при использовании лазеров в большинстве случаев также удалялась. При анализе формы изохром необходимо, таким образом, заменять в уравнении (2.18) фокусное расстояние f отсутствующей теперь линзы на расстояние ℓ между выходной поверхностью кристалла и плоскостью

наблюдения – поверхностью экрана. С физической точки зрения указанная возможность объясняется следующим образом.

Любые реальные оптические системы, применяемые при освещении кристаллов, источниками излучения в которых служат лампы накаливания, газосветные лампы, светодиоды и даже лазеры, в результате фурье-преобразования с помощью линз никогда не дают идеальных конических (т.е. гомоцентрических) пучков света. Во-первых, в случае ламп и светодиодов, сами их излучающие поверхности не являются точечными. Во-вторых, aberrации линз (кома, дисторсия) также не позволяют получить идеально конических пучков. Совокупность действий указанных факторов приводит к тому, что параллельно любому лучу, выделенному из сходящегося или расходящегося света, выходящего из линзы (или объектива), всегда распространяется близко отстоящий от первого луча другой луч. Поэтому реальную геометрию формируемых проекционной оптикой пучков следует описывать как систему конусов с параллельными образующими конечной толщины для каждого угла α к общей оси конусов, как это показано на рисунке 57.

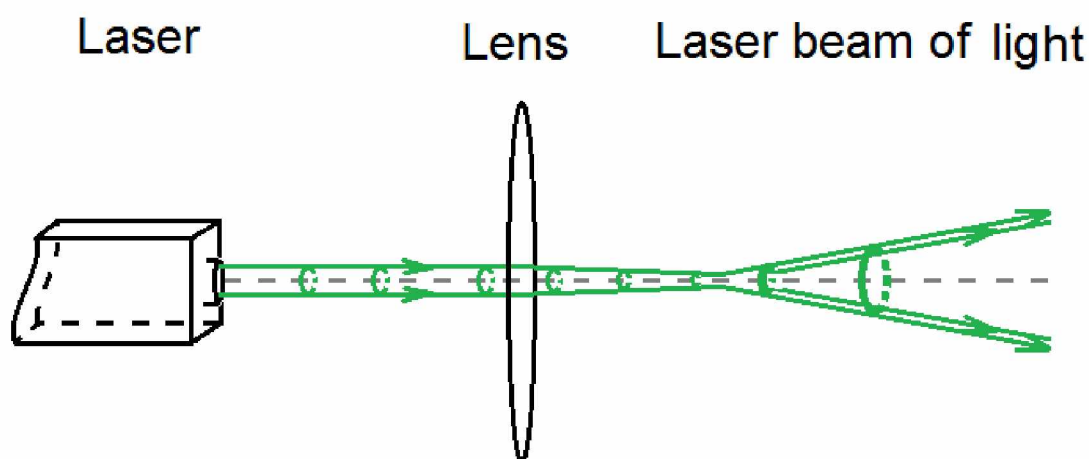


Рисунок 57. Формирование оптикой конических пучков с конечной толщиной

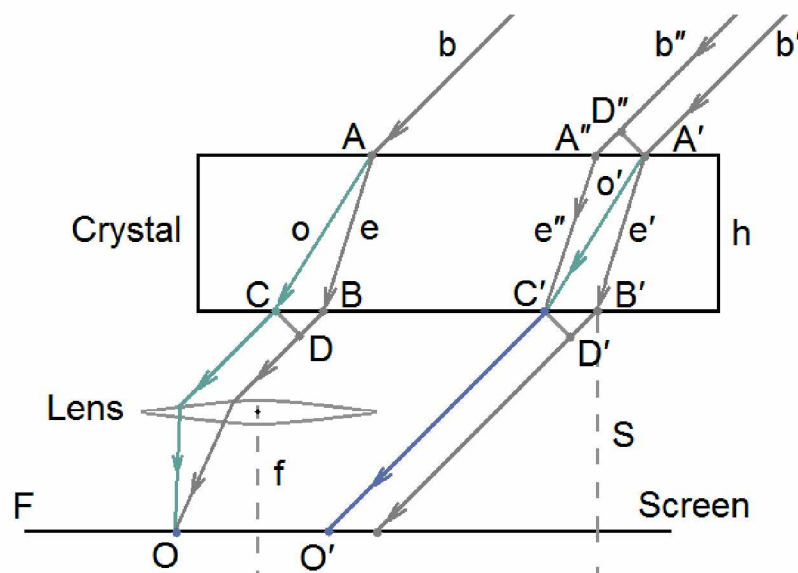


Рисунок 58. Пояснение равенства разности хода между обыкновенными и необыкновенными лучами при получении коноскопической картины с проекционной линзы (слева) и без неё (справа)

На рисунке 58 дано объяснение отсутствию необходимости применения проекционной линзы в методе лазерной коноскопии, вытекающему из наличия в псевдоконическом пучке света, падающего на кристалл множества параллельных лучей.

При отсутствии линзы, как показано на правой части рисунка, обыкновенный и необыкновенный лучи, исходящие из одного луча b' , разумеется, не интерферируют. Зато на очень малом расстоянии от точки падения A' в некоторой точке A'' всегда найдется некий параллельный лучу b' луч b'' , необыкновенный луч из которого C'' будет в точке C' интерферировать с обыкновенным лучом O' из луча b' . При этом, очевидно, разность хода между лучами O' и e'' будет такой же, как и разность хода между лучами O и e в случае применения линзы (на левой части рисунка). Таким образом, коноскопические картины с линзой и без линзы будут совершенно одинаковыми.

Наконец, главным достоинством метода лазерной коноскопии является возможность исследования оптической однородности кристаллов

практически сколь угодно больших размеров, что показано в настоящей работе на рисунке 46. В свою очередь, это означает, что появляется возможность внедрения в оптическую метрологию соответствующего нового метода, позволяющего неразрушающим способом находить локальные объемы в кристалле, не отвечающие требованиям однородности, и, следовательно, не проводить лишние операции резки, шлифовки и полировки массивных образцов, а ограничиваться работой только с объемами материала наивысшего качества. При этом метод коноскопии в предлагаемом аппаратном варианте, дополнительный компьютерной обработки изображений коноскопических картин, основанной на применении точного уравнения изохром, впервые вводит в метрологию оптической однородности численные параметры, позволяющие объективно оценивать эту величину.

До настоящего времени единственной величиной, которая использовалась в метрологии оптического качества одноосных монокристаллов с помощью коноскопии является угол аномальной двуосности $2V$. Например, в единственном в РФ Техническом условии (ТУ) на монокристаллы парателлурита – КПП ТвГУ.200911.007 – требования к данной величине формируются следующим образом: «Угол аномальной двуосности между наведенными оптическими осями не должен превышать 30 угл. мин. в приповерхностных объемах монокристаллов толщиной до 5 мм; 10 угл. мин. во внутренних объемах монокристаллов». Одновременно с данным пунктом в следующем пункте ТУ нормируется такая величина как однородность показателя преломления, которая должна быть не хуже $5 \cdot 10^{-5}$. Между тем, обе эти величины фактически связаны между собой, и при использовании единой методики на основе лазерной коноскопии можно вообще отказаться от измерения вариаций показателей преломления, сопряженного с использованием громоздкого и дорогостоящего оборудования и также не предполагающего контроль оптической однородности крупногабаритных образцов.

До настоящего времени метод коноскопии в его классическом варианте почти не применялся в оптических исследованиях монокристаллов при различных физических воздействиях на них, за исключением воздействия нагрева или охлаждения, как, например, в настоящей работе при наблюдениях инверсии оптического знака кристаллов SBN представленных выше в п. 3.3. Однако буквально в последние годы в серии публикаций, связанных уже с лазерной коноскопией [1,19,32,76], рассматриваются ее применения при наблюдениях искажений оптической индикатрисы монокристаллов парателлурита, вызываемых прохождением ультразвука. В частности, в [47,48] приведены результаты исследований коноскопических картин в светозвукопроводах из парателлурита непосредственно во время работы на различных частотах и при различной акустооптической мощности акустооптических устройств – дефлекторов и электронно-перестраиваемых фильтров. На рисунке 59 показаны типичные искажения формы и расположения изохром в коноскопических картинах светозвукопровода из кристалла парателлурита, входящего в состав АОДЛ (акустооптической дисперсионной линнии задержки).

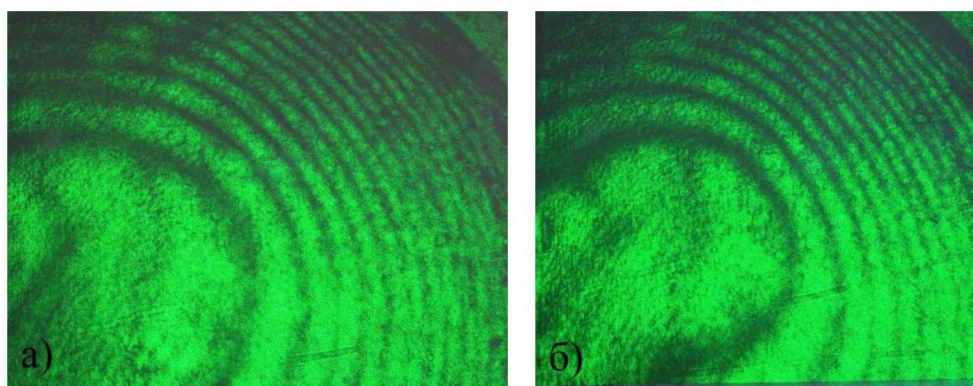


Рисунок 59. Сравнительные коноскопические картины, полученные при съемках СЗП из кристалла парателлурита во время работы АОДЛ при различных ультразвуковых мощностях на оси лазерного фемтосекундного пучка с помощью лазера с длиной волны излучения 533нм: а) мощность ультразвука $P=1$ Вт, частота ультразвука $f = 56$ МГц, б) мощность ультразвука $P=3$ Вт, частота ультразвука $f = 72$ МГц

Такого рода картины позволяют не только найти изменения показателей преломления, но и получить дополнительную информацию о физических процессах, происходящих с кристаллом при прохождении высокочастотных акустооптических колебаний различной мощности.

Форма изохром в виде эллипсов, а не окружностей, объясняется механическими напряжениями, обусловленными температурными градиентами, связанными с неравномерным нагревом кристалла, вызванным поглощением ультразвука. Измерив линейные размеры эллипса, можно рассчитать расстояние между его фокусами, а по этому расстоянию и по расстоянию d от экрана до дефлектора найти угол $2V$ между прямыми, проведенными от дефлектора к фокусам. Измерив оси эллипса, увеличивающего свой эксперимент при включенном устройстве, и рассчитав расстояние между новыми фокусами, можно найти новый угол $2V_1$ между прямыми, проведенными из дефлектора в фокусы. Разность углов $2V_1 - 2V_0$ следует считать при этом углом $2V_a$ аномальной двуосности, связанной с неравномерным нагревом кристалла. Расчеты приводят к следующей формуле, в которой учитывается различие углов между осями в кристалле и на воздухе:

$$2V_a = 2V_1 - 2V_0 = 2\arcsin \left\{ \frac{\sin \left[\arctg \left(\frac{\sqrt{a_1^2 - b_1^2}}{d} \right) \right]}{n} \right\} - \arcsin \left\{ \frac{\sin \left[\arctg \left(\frac{\sqrt{a_0^2 - b_0^2}}{2d} \right) \right]}{N_0} \right\} \quad (3.3)$$

В (3.3) a_1, b_1, a_0, b_0 – размеры осей эллипса, d – расстояние между центром выходной грани дефлектора и экраном, n – показатель преломления, который можно считать равным показателю преломления обыкновенного

луча. Расчеты согласно (3.3), в которых $d = 35$ см, $n = 2,28$, дают для величины $2V_a$ значения $43' \pm 1'$. Эта величина должна считаться достаточно большой, поскольку при входном контроле оптического качества кристаллов парателлурита (например, в КПТ ТвГУ. 200911.007 ТУ), от материала требуются меньшие значения углов аномальной двуосности. Необходимо отметить, что при выходе на стационарный режим работы акустооптического устройства температурные градиенты в материале уменьшаются, а аномальная двуосность также уменьшается до приемлемых значений $(10 - 15)'$.

Оценки механических напряжений σ в объемах кристалла парателлурита, в которых наблюдается аномальная двуосность, дают для максимальных углов двуосности значения $\sim 2 \cdot 10^7$ Па для минимальных углов двуосности $\sim 2 \cdot 10^6$ Па.

Таким образом, исследования оптических неоднородностей в кристаллах методом лазерной коноскопии, включающим математическую обработку изображений с помощью уравнения (2.18), позволяет получать информацию о динамике работы акустооптических устройств, необходимую при выборе оптимальных мощностей и частотных диапазонов.

Еще одним новым и перспективным направлением применения метода лазерной коноскопии является контроль взаимной параллельности граней (плоскостей) оптических элементов, изготовленных из одноосных кристаллов. В настоящее время он осуществляется с помощью механических угломеров или рентгеновских дифрактометров. С учетом погрешностей, возникающих при установке элементов, а также других инструментальных погрешностей, суммарная ошибка в определении параллельности плоскостей составляет не менее $(15 - 20)'$. Между тем, коноскопические картины, полученные на элементах, имеющих заранее известную, или определенную конструкцией клиновидность, показывают эту клиновидность, а компьютерная обработка изображений изохром позволяет рассчитывать с высокой точностью угол γ между плоскостями. На рисунке 60 представлена

коноскопическая картина, полученная при освещении светом лазера с длиной волны 533 нм монокристалла парателлурита, в котором угол γ между плоскостями приблизительно соответствующими ориентациям (001), составляет всего лишь $(32 \pm 1)'$.

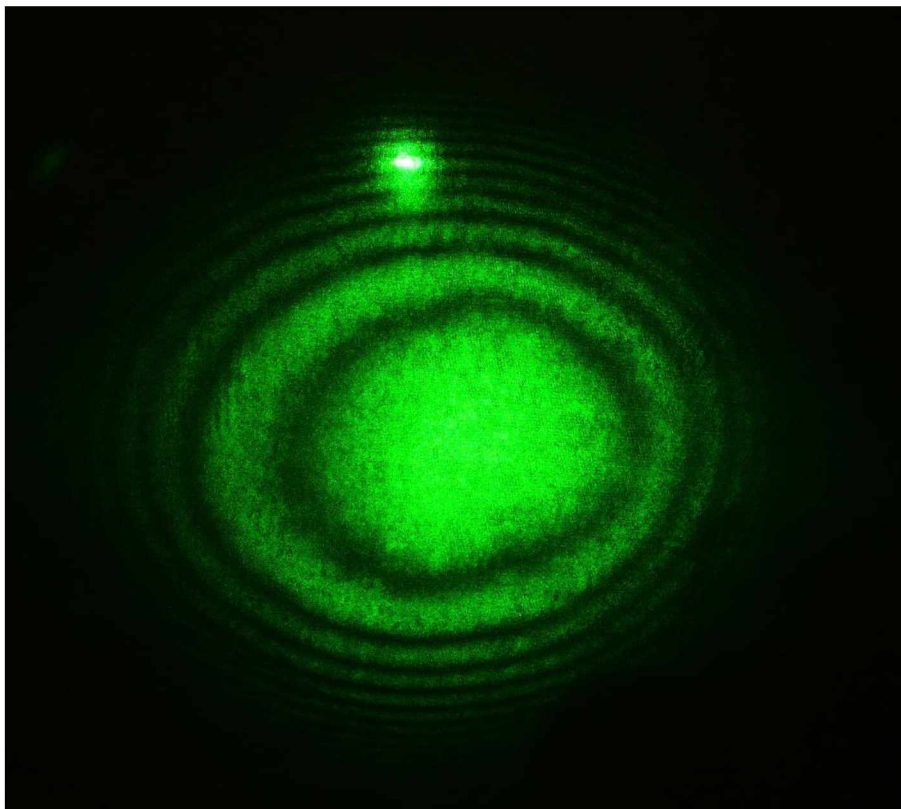


Рисунок 60. Коноскопическая картина клиновидного элемента из монокристалла парателлурита с углом между гранями $\gamma = (32 \pm 1)'$.

Толщина элемента возрастает слева направо

Тем не менее, мы отчетливо наблюдаем, что по сравнению с идеальной картиной, отвечающей параллельным граням ($\gamma = 0$), расстояния между изохромами соседних порядков справа существенно меньше расстояний между изохромами соответствующих порядков слева. Это прямо следует из анализа уравнения (2.18), при использовании которого толщина кристалла h не является константой. Для проверки данного эффекта достаточно обратиться к уравнению (2.22), полученному из исходного уравнения для частного случая совпадения оптической оси с нормалью по крайней мере с одной из плоскостей ($\psi = 0$).

Пусть такое положение (001) соответствует выходной плоскости элемента. Тогда при значении угла клина γ изменение Δh толщины кристалла h в зависимости от расстояния ξ между точкой пересечения оси конуса пучка с первой – входной плоскостью и точкой входа луча, для которого рассчитывается разность хода между обыкновенным и необыкновенным лучами в кристалле, выражается соотношением $\Delta h = \xi tg\gamma$. В уравнении (2.22) сначала в качестве величины h подставляется значение h_0 толщины кристалла в той точке, через которую проходит ось пучка. Вычисляются радиусы изохром R_m для $m=1, 2, 3 \dots$ для толщины h_0 . Затем вычисляются углы $\alpha_1, \alpha_2 \dots$ соответствующие углам падения лучей, дающих интерференционные максимумы (изохромы) этих порядков. По ним находятся расстояния ξ_i на выходной грани кристалла, отделяющие точки входа и лучей на входной грани от оси конуса лучей. Далее вычисляются соответствующие толщины h_i кристалла в местах входа падающих под углами α_i лучей:

$$h_i = h_0 + \xi_i tg\gamma \quad (3.4),$$

причем величины ξ_i считаются отрицательными при отсчете максимумов в направлении вершины угла γ ($\Delta h < 0$), а при отсчете в направлении от вершины угла – положительными ($\Delta h > 0$). Схема, поясняющая геометрию положения лучей и изменения толщины h кристалла, показана на рисунке 61. Полученные значения h_i подставляются в уравнения (2.22). Далее вычисляются радиусы R_m и R_{m+1} для высот кристалла $h_{i=m} = h_0 + \xi_{i=m} tg\alpha$; $h_{i=m+1} = h_0 + \xi_{i=m+1} tg\alpha$ слева и $h_{i=m} = h_0 - \xi_{i=m} tg\alpha$; $h_{i=m+1} = h_0 - \xi_{i=m+1} tg\alpha$ справа от оси пучка лучей. Итогом расчета является сравнение радиусов изохром $R_{(m=i, m=i+1)}$ и расстояний между изохромами $\Delta R_{(m=i, m=i+1)}$ для кристалла с меньшей и большей толщиной.

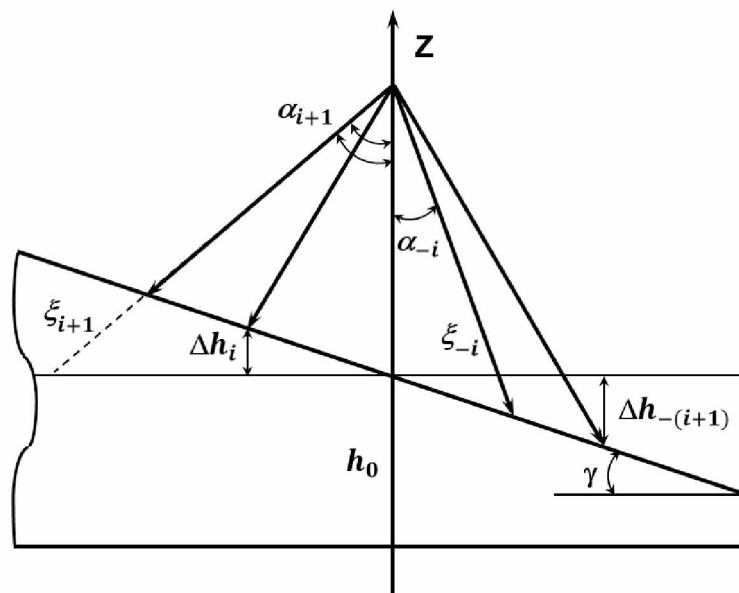


Рисунок 61. Схема расчета изменений толщины кристалла Δh_i , имеющего угол клина γ , в зависимости от порядка изохромы m_i образованной с углом падения α_i

Разумеется, указанная схема расчета пригодна и для решения более важной для практики обратной задачи – определения угла клина γ по расстоянию между изохромами одинаковых порядков и их радиусами в направлении проекции нормали к входной грани на нижнюю грань.

Следует рассмотреть ещё одну возможность, даваемую методом лазерной коноскопии. Поскольку в последнее время резко выросли мощности и плотности мощности излучения непрерывных и импульсных лазеров, в ряде случаев они приблизились к порогам лазерного разрушения кристаллов, используемых в качестве элементов соответствующих устройств. Например, в АОДЛ (акустооптических дисперсионных линиях задержки), предназначенных для сжатия и корреляциями импульсов сверхмощных (до ТВт и более в импульсе) фемтосекундных лазеров, в качестве материалов для светозвукопроводов используются одноосные монокристаллы парателлурита и дигидрофосфата калия (KDP) [59,61,65]. При нагревании кристаллов, обусловленным поглощением лазерного излучения, искажаются их оптические параметры и, следовательно, изменяются характеристики

оптоэлектронных устройств. Для контроля этих изменений можно использовать метод лазерной коноскопии согласно схеме, представленной на рисунке 62. Если при включенной акустической мощности направить импульсное фемтосекундное излучение на входную грань кристалла – светозвукопровода, как и должно быть при работающей АОДЛ, то возможность выявления и наблюдения оптических неоднородностей в плоскости, ортогональной лучу, отсутствует. Но, поскольку и две боковые грани СЗП (светозвукопровода) также полируются, и по тем же классам чистоты Р и с теми же параметрами шероховатости R_a , что входная и выходная грани, то можно использовать их и проводить исследования и измерения оптических неоднородностей.

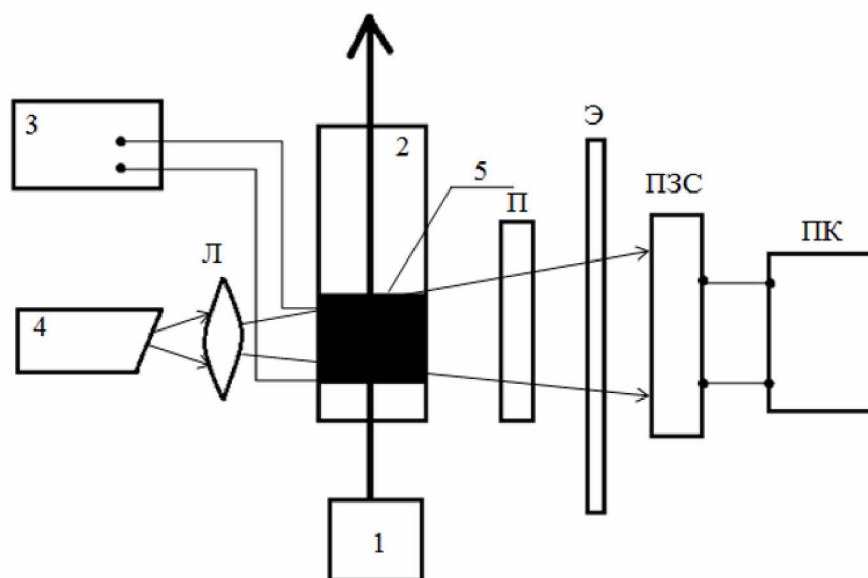


Рисунок 62. Оптическая схема для испытаний оптической однородности СЗП АОДЛ при включенной ультразвуковой мощности и включенной лазерной системы: 1 – излучающая фемтосекундная лазерная система; 2 – СЗП из кристалла парателлурита; 3 – генератор ультразвуковых колебаний; 4 – лазер с излучением видимого диапазона; 5 – пьезопреобразователь из кристалла ниобата лития; Л – линза (коллиматор); П – поляризатор (анализатор); Э – полупрозрачный кристалл; ПЗС – матрица видеокамеры; ПК – персональный компьютер с установленной программой для анализа изображений изохром в коноскопической картине СЗП

В настоящей работе была создана схема включающая: а) изготовленную АОДЛ на основе СЗП изготовленного из выращенного в ТвГУ рекордного по размерам (длиной вдоль луча 95 мм) кристалла парателлурита; б) ЭСУ (электронную схему управления) АОДЛ; в) лазер видимого диапазона Quantum Torrus 50 с длиной волны излучения 533 нм; г) цифровую камеру «Sony DSC Hx1»; д) линзу; е) поляризатор ЕТМ; ж) персональный компьютер; з) полупрозрачный экран; и) фемтосекундный лазер (задающий генератор) «Femtosome Synergy»; к) регенеративный усилитель «REUS-40F20».

В таблице 2 указаны величины ультразвуковых частот f и мощности P , применявшихся при испытаниях оптической однородности включенной ЭСУ АОДЛ с указанием индексов полученных коноскопических картин K_{ij} .

Таблица 2. Величины ультразвуковых частот f и мощности P , применявшихся при исследованиях методом лазерной коноскопии оптической однородности СЗП включенной АОДЛ с указанием индексов полученных изображений изохром K_{ij} .

P , Вт	f , МГц		
	48	52	56
1	K_{11}	K_{21}	K_{31}
	K_{12}	K_{22}	K_{32}
	K_{13}	K_{23}	K_{33}
3	K_{41}	K_{51}	K_{61}
	K_{42}	K_{52}	K_{62}
	K_{43}	K_{53}	K_{63}

Второй индекс j соответствует положению центра входной грани СЗП: 1 – соосно с лазерным лучом; 2 – выше оптической оси системы на 5 мм; 3 – ниже оптической оси системы на 5 мм.

На рисунке 63 представлен СЗП из парателлурита с присоединенным пьезопреобразователем из $LiNbO_3$, входивший в состав АОДЛ, оптические

неоднородности в которой при включенных акустической мощности и фемтосекундным излучением исследовались методом коноскопии.

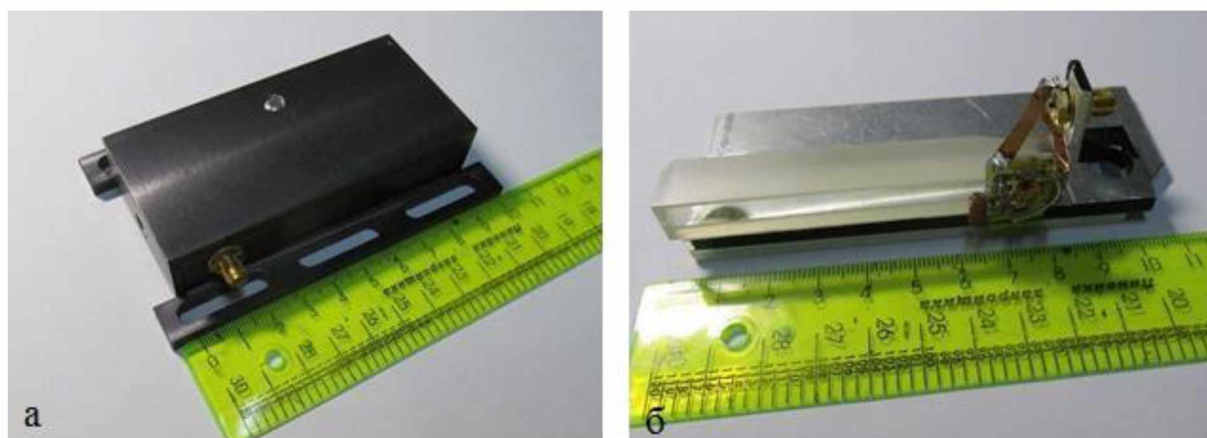


Рисунок 63. Исследованный методом коноскопии светозвукопровод из монокристалла парателлурита с присоединенным пьезопреобразователь: а) в закрытой АОДЛ; б) до установки в оптическую схему

На рисунке 64 показан фемтосекундный лазерный комплекс, на котором производились исследования оптической однородности СЗП из парателлурита при включенной АОДЛ.



Рисунок 64. Фемтосекундный лазерный комплекс, использованный в исследованиях оптической однородности СЗП из парателлурита при включенной АОДЛ

Параметры двух сопряженных лазерных устройств представлены ниже:

Задающий генератор

Производитель.....	Femtolasers (Австрия)
Модель.....	Femtosome Synergy
Тип лазера.....	с массивной синхронизацией мод
Активная среда.....	Ti sapphire
Центральная длина волны.....	800 нм
Ширина спектра $\left(\frac{1}{\rho^2}\right)$	130 нм
Длительность импульсов.....	12 фс
Частота повторения импульсов	75МГц
Средняя мощность излучения.....	250мВт
Энергия импульса.....	3нДж
Диаметр пучка $\left(\frac{1}{\rho^2}\right)$	4мм

Усилитель

Производитель.....	Авеста-Проект (Россия)
Модель.....	REUS – 40F20
Тип лазера.....	с пассивной синхронизацией мод
Активная среда.....	Ti sapphire
Центральная длина волны.....	800 нм
Ширина спектра $\left(\frac{1}{\rho^2}\right)$	60 нм
Длительность импульсов.....	25 фс
Частота повторения импульсов	20 Гц
Средняя мощность излучения.....	40 мВт
Энергия импульса.....	2мДж
Диаметр пучка $\left(\frac{1}{\rho^2}\right)$	8мм

На рисунке 65 показаны временные зависимости мощности излучения $P(t)$, усиленного REUS-40F20, представленные в различных масштабах

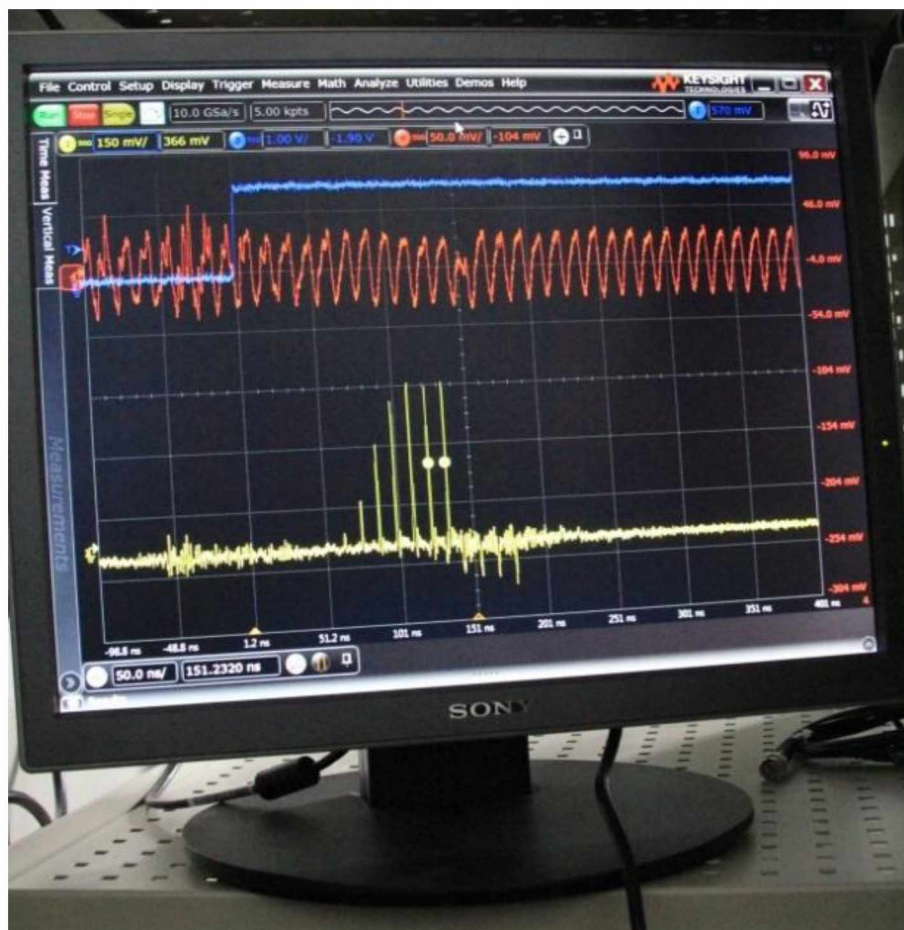


Рисунок 65. Временные зависимости выходной мощности излучения $P(t)$ регенеративного усилителя в режиме генерации фемтосекундных импульсов, представленные в различных временных масштабах

На рисунке 66 показаны изображения изохром в коноскопических картинах изохром, полученных при испытаниях оптической однородности СЗП АОДЛ, соответствующих съемкам K_{31} и K_{61} из таблицы 2.

В программу расчета относительных вариаций показателей преломления $\Delta N/N$ и углов аномальной двуосности $2V$, основанную на уравнении (2.18) для координат изохром, загружались файлы 18-ти изображений. По изменениям положения изохром одинаковых порядков получены значения вариаций показателей преломления и углов аномальной двуосности, соответственно, $4 \cdot 10^{-5}$ и $18'$ во внутренних объемах кристалла; $7 \cdot 10^{-6}$ и $25'$ – в поверхностных объемах кристаллов.

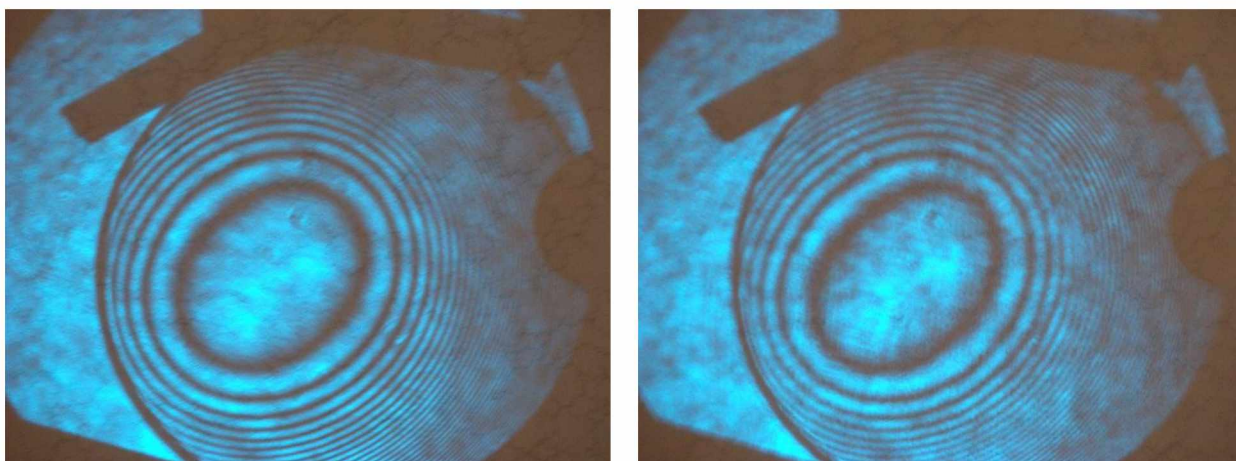


Рисунок 66. Сравнительные коноскопические картины, полученные при съемках СЗП из кристалла парателлурита во время работы АОДЛ при различных ультразвуковых мощностях на оси лазерного фемтосекундного пучка с помощью аргонового лазера на аргоне с длиной волны 488 нм (синий цвет): а) мощность ультразвука $P=1$ Вт, частота ультразвука 56 МГц (K_{31}); б) мощность ультразвука $P=3$ Вт, частота ультразвука 56 МГц

Таким образом, метод лазерной коноскопии прошел успешные испытания при исследованиях оптической однородности одноосных кристаллов, входящих в состав акустооптических устройств нескольких типов (АОД, АОДЛ) и перспективен для внедрения в оптическую метрологию элементов оптоэлектроники и фотоники.

Метод лазерной коноскопии оказывается полезным и при исследованиях, связанных с оптимизацией технологий выращивания из расплава. Сравнение картин изохром, полученных в элементах из разных кристаллов, вырезанных в одинаковых кристаллографических направлениях и имеющих одинаковые кристаллографических направления и одинаковые размеры, позволяет определять влияние тех или иных условий роста – переохлаждения расплава, скоростей вытягивания и вращения (в методах Чохральского, Бриджмена-Стокбаргера, Степанова), температурных градиентов – на итоговое оптическое качество кристаллов.

В частности, при выращивании монокристаллов парателлурита – одного из самых эффективных и востребованных материалов для акустооптики – в течение по крайней мере тридцати лет предпринимаются попытки увеличения размеров кристаллов при одновременном улучшении структурного и оптического качества материала [77–92]. При этом достигнуты значительные успехи. Размеры кристаллических буль парателлурита, выращиваемых из расплава способами Чохральского и Бриджмена, доходят до 90 мм в диаметре и 100 мм в высоту. Плотность дислокаций в кристаллах снижена с $(10^4 - 10^5) \text{ см}^{-2}$ до $(10^2 - 10^3) \text{ см}^{-2}$. Показатели поглощения света уменьшены с 10^{-2} см^{-1} до $(3 - 4) \cdot 10^{-3} \text{ см}^{-1}$. Аномальная двуосность (угол между наведенными осями $2V$) снижена с (20–30) угловых минут до (10–20) угловых минут. Практически удалось избавиться от захвата кристаллами газовых пузырьков. Как правило, даже крупные образцы избавлены от блочности и наличия заметных малоугловых границ. В значительной степени решены проблемы высокого рассеяния света кристаллами, а также появления в них рассмотренных в настоящей работе оптических аномалий – свилей. В большинстве случаев эти проблемы решались путем сравнительного анализа оптического совершенства кристаллов, полученных при различных известных условиях роста. Тем не менее, разработка акустооптических устройств новых типов, а также появление лазеров с очень высокими плотностями мощности непрерывного и импульсного излучения требуют ещё более высокого структурного совершенства и оптической однородности крупногабаритных монокристаллов парателлурита. В первую очередь это касается АОДЛ на основе этих кристаллов, для которых важны не только предельная однородность, но и лазерная прочность материала, которая, в зависимости от его качества, составляет $180 - 220 \text{ МВт/см}^2$. Повышение порога лазерного разрушения возможно только при выращивании еще более чистых и однородных кристаллов парателлурита [65,76,77,91]. Далее, очень важно

повышение оптической однородности светозвукопроводов широко-апертурных электронно-перестраиваемых акустооптических фильтров астрофизического назначения.

Здесь угловые искажения изображений, привносимые неоднородностями в СЗП из кристалла парателлурита, не должны превышать искажения, связанные с турбулентностью земной атмосферы (для фильтров, устанавливаемых на телескопах наземных астрофизических обсерваторий), а также не должны превышать разрешающую способность самых телескопов – как наземных, так и устанавливаемых на космических аппаратах. Эти требования в численном отношении сводятся к предельно допустимому в настоящее время значению $\sim 1''$ (одной угловой секунде). Они реализованы, в частности, в астрофизических акустооптических фильтрах, испытанных в Крымской лаборатории МГУ на 60 сантиметровом телескопе – рефлекторе при спектральных исследованиях атмосфер планет, а также эмиссионных линий в спектрах звезд и АЯГ (активных ядер галактик) – сейфертовских галактик и квазара С273 [65, 92–94]. АОПФ (акустооптических перестраиваемых фильтрах) на основе монокристаллов парателлурита с однородностью не хуже одной угловой секунды успешно использованы в космических проектах Еврокосмоса Марс-Экспресс и Венера-Экспресс в качестве спектрометров изображений поверхности Марса и для исследований спектров поглощения света атмосферами этих планет [92]. Но и в области акустооптической спектрофотометрии развитие некоторых новых направлений астрофизических исследований предполагает повышение разрешающей способности перестраиваемых фильтров и, следовательно, требует дальнейшего улучшения оптической однородности кристаллов парателлурита, KDP, молибдата кальция. Отметим, что все эти кристаллы являются оптически одноосными, и при исследованиях их оптического качества применим метод лазерной коноскопии, дополненный математическим аппаратом, представленным в настоящей работе.

Представленный обзор перспектив технических приложений метода, разумеется, не может считаться исчерпывающим – хотя бы, потому, что невозможно предсказать, какие новые типы устройств оптоэлектроники и фотоники, элементами которых будут прозрачные одноосные кристаллы, появятся в ближайшее время. Но ряд очевидных преимуществ лазерной коноскопии: возможность проведения прецизионных неразрушающих исследований крупногабаритных кристаллов (в том числе, в их малых локальных объемах), высокая точность измерений неоднородностей показателей преломления ($\sim 10^{-5}$) и расчета остаточных механических напряжений, – все это дает твердые основания для позитивного прогноза относительно расширения сфер применения и распространенности метода в оптической метрологии одноосных кристаллов. Об этом свидетельствует и резко усилившаяся в последнее время динамика публикаций по данной тематике. Следует подчеркнуть, что применение лазерной коноскопии без использования теоретически точного математического аппарата для численного анализа изображений изохром, как, например, в работе [94], безусловно, полезно, дает наглядное представление о наличии оптических аномалий, но только с качественной стороны, что резко снижает техническую ценность получаемой информации.

Основные результаты и выводы к главе III

- Выведенное без приближений, уравнение изохром экспериментально проверено на одноосных кристаллах парателлурита и ниобата лития. Полученные коноскопические картины элементов из кристаллов, вырезанных в направлениях, отличных от ранее исследованных, полностью подтверждают форму и расположение изохром, рассчитанные предварительно согласно выведенному уравнению.
- Методом лазерной коноскопии, дополненным математической обработкой изображений коноскопических картин с помощью точного уравнения изохром, исследованы оптические аномалии в одноосных

кристаллах парателлурита и ниобата лития: свили, аномальную двуосность, вариации показателей преломления. При этом получены численные значения механических напряжений, приводящих, вследствие эффекта фотоупругости, к обнаруженным аномалиям.

- Показано, что метод лазерной коноскопии является не менее точным, но более информативным, чем другие методы, используемые в настоящее время для диагностики оптической однородности одноосных кристаллов.
- Проведен анализ следствий технического характера, вытекающих из точного уравнения изохром. Сделан вывод о перспективности использования и внедрения метода лазерной коноскопии не только при исследованиях оптической однородности кристаллов в статическом состоянии, но и при изучении процессов влияния различных физических воздействий на оптическую индикатрису кристаллов. Возможно также применение метода при обнаружении и расчете клиновидности образцов из кристаллов.
- Показано, что в методе лазерной коноскопии можно отказаться от линзы проекционной системы, что подтверждено экспериментально, и чему дано теоретическое объяснение.
- Представлены результаты исследований оптических неоднородностей в кристаллах парателлурита, предназначенных для современных акустооптических устройств – астрофизических фильтров изображений и линий задержки фемтосекундных импульсов.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

При выполнении диссертационной работы проведены теоретические исследования, включающие анализ современного математического аппарата, предназначенного для описания вида изохром в коноскопических картинах одноосных кристаллов. Сделанный при этом вывод о необходимости уточнения известных соотношений, полученных с использованием существенных приближений и не вполне корректно описывающих истинную форму изохром, позволил сформулировать способ отыскания соответствующего точного уравнения.

Введенное без приближений уравнение изохром одноосных кристаллов является уравнением не второй, а восьмой степени. Изохромы являются только в двух частных случаях взаимной ориентации нормали к поверхностям и оптической оси кривыми второго и четвертого порядков, а в общем случае – кривыми восьмого порядка, имеющими сложную форму и ранее не наблюдавшимися экспериментально. Записанное в удобном для численного решения виде, уравнение позволяет не только рассчитывать и представлять графически картину изохром, но и путем компьютерного сравнения ее с картиной, зафиксированной экспериментально, быстро обнаруживать и классифицировать оптические аномалии, а также получать данные о вариациях показателей преломления и механических напряжениях в кристалле.

Проведенные в работе экспериментальные коноскопические исследования одноосных кристаллов парателлурита и ниобата лития полностью подтвердили корректность выведенного уравнения изохром. Испытанный в диссертационных исследованиях и обоснованный теоретически метод лазерной коноскопии показал свою перспективность для внедрения, помимо научных исследований, в метрологию и диагностику однородности одноосных кристаллов – как массивных буль, так и больших партий оптических элементов.

В настоящей работе в результате исследований сделаны следующие выводы:

1. Впервые выведено уравнение изохром в коноскопических картинах (являющееся уравнением восьмой степени) одноосных кристаллов без ранее применявшихся приближений и упрощений.
2. В плоскости наблюдения, ортогональной оси конуса лучей, изохромы являются кривыми второго порядка – окружностями, когда оптическая ось и нормаль к поверхности кристалла совпадают. Изохромы являются кривыми четвертого порядка, напоминающими гиперболы, когда оптическая ось и нормали перпендикулярны. При любых других взаимных ориентациях оптической оси и нормали изохромы – это кривые восьмого порядка.
3. Коноскопическая картина одноосного кристалла имеет ось симметрии бесконечного порядка только в случае совпадения нормали с оптической осью кристалла. Коноскопическая картина имеет ось симметрии четвертого порядка в случае взаимной ортогональности нормали и оси. Во всех остальных случаях взаимной ориентации нормали и оптической оси кристалла коноскопическая картина имеет только плоскость симметрии, след которой на плоскости наблюдения совпадает с проекцией на нее оптической оси.
4. Выведенное уравнение позволяет, после подстановки необходимых данных о размерах, показателях преломления, ориентации оптической оси кристалла, а также о параметрах оптической схемы, получать с помощью компьютерного расчета координаты и графическое теоретическое изображение изохром для любых порядков интерференционных максимумов и минимумов в коноскопической картине кристалла.
5. Экспериментальная проверка уравнения с помощью испытанного в работе метода лазерной коноскопии на монокристаллах различных веществ полностью подтверждает совпадение рассчитанных

теоретически и реальных коноскопических картин одноосных кристаллов, в том числе, для ранее не изученных вариантов взаимной ориентации нормали и оптической оси.

6. Метод лазерной коноскопии позволяет путем сравнения формы и расположения изохром в теоретических и экспериментальных коноскопических картинах обнаруживать в кристаллах и классифицировать оптические аномалии макроуровня и мезоуровня – вариации показателей преломления, клиновидность образцов, а также получать численные характеристики оптических неоднородностей и по их значениям рассчитывать механические напряжения в кристалле, приводящие к неоднородностям.
7. Метод лазерной коноскопии пригоден для экспресс-контроля оптической однородности кристаллов как в виде массивных буль, так и в виде изготовленных из них элементов. При этом чувствительность метода к относительным вариациям показателей преломления, составляющая $\sim 10^{-5}$, не уступает чувствительности других – более дорогостоящих, сложных, громоздких методов, применяющихся в настоящее время.
8. Метод лазерной коноскопии позволяет проводить непосредственные наблюдения и изучение влияния различных физических воздействий – импульсов лазеров, пучков ультразвука, температуры – на оптические параметры кристаллов во время работы оптоэлектронных и лазерных устройств, в состав которых входят кристаллы.

Основные публикации по теме диссертации:

В журналах из списка ВАК:

1. **Воронцова Е.Ю.**, Гречишкин Р.М., Каплунов И.А., Колесников А.И., Молчанов В.Я., Талызин И.В., Третьяков С.А. Проявление гиротропии при рассеянии света в кристаллах парателлурита//Оптика и спектроскопия. 2008. Т.104.№6.с.976-979
2. Колесников А.И., Шелопаев А.В., Каплунов И.А., Талызин И.В., **Воронцова Е.Ю.** Ослабление света монокристаллами парателлурита//Известия высших учебных заведений. Материалы электронной техники.2009.№4.с.27-30
3. Kolesnikov A.I., Kaplunov I.A., Ivanova A.I., Tretiakov S.A., Talyzin I.V., Makyshkin Yu.A., Grechishkin R.M., **Vorontsova E.Yu.** Isochrome shapes in the conoscopic patterns of uniaxial crystals//Ferroelectrics.2012.Т.441.№1.с.75-83
4. Колесников А.И., Малышкина О.В., Каплунов И.А., Иванова А.И., Третьяков С.А., Гречишкин Р.М., **Воронцова Е.Ю.** Определение дислокационной структуры в монокристаллах парателлурита методом фотоупругости//Поверхность. Рентгеновские, синхронные и нейтронные исследования. 2014.№1.с.81-89
5. Kolesnikov A.I., Grechishkin R.M., Tretiakov S.A., Molchanov V.Ya., Kaplunov I.A., Ivanova A.I., Kaplunova E.I., **Vorontsova E.Yu.** Laser conoscopy of large-sized optical crystals//Materials Science and Engineering.2013.Т.49.с.012037
6. Kolesnikov A.I., Kaplunov I.A., Talyzin I.V., Tretiakov S.A., Gritsunova O.N., **Vorontsova E.Yu.** Fractures of light attenuation in crystals under violation of the Bouger Law// Crystallography Reports.2008.Т.53.№7.с.1144-1149
7. Kolesnikov A.I., Grechishkin R.M., Tretiakov S.A., Ivanova A.I., Kaplunova E.I., **Vorontsova E.Yu.**, Molchanov V.Ya. Laser conoscopy of large –sized optical crystals//IOP Conference Series: Materials Science and Engineering.

Другие рецензируемые издания:

1. Чижигов С.И., Ильяшенко С.Е., Третьяков С.А., Архипова М.А., Молчанов В.Я., **Воронцова Е.Ю.**, Спиридонов А.Р., Каплунов И.А., Колесников А.И., Залетов А.Б. Измерение константы Верде кристаллов парателлурита для ультрафиолетового света с длиной волны 355нм.//Вестник Тверского государственного университета. Серия:Физика.2009.№7.с.19-22
2. Архипова М.А., Молчанов В.Я., **Воронцова Е.Ю.**, Лопатин А.А., Колесников А.И., Талызин И.В., Залетов А.Б. Изохромы в одноосных кристаллах в виде кривых порядка выше второго//Вестник Тверского государственного университета.Серия:Физика.2009.№7.с.23-26
3. **Воронцова Е.Ю.**, Каплунов И.А., Колесников А.И., Талызин И.В., Третьяков С.А., Чигиринский С.А. Наблюдение вращения плоскости поляризации лазерного света, рассеянного монокристаллами парателлурита//Вестник Тверского государственного университета. Серия: Физика.2007.№3с.65-71
4. **Воронцова Е.Ю.**, Колесников А.И., Мамкина Н.О., Молчанов В.Я., Талызин И.В., Третьяков С.А., Чигиринский С.А., Шелопаев А.В. Анализ распределения интенсивности в коноскопических картинах одноосных кристаллов//Вестник Тверского государственного университета. Серия:Физика.2007.№3.с.80-86

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Kolesnikov A.I., Grechishkin R.M., Malyshkina O.V., Malyshkin Yu.A., Dec J., Lukasiewicz T., Ivanova A.I. Conoscopic study of strontium – barium niobate single crystals // IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering 2013. V.49.012010.
2. Konstantinova A.F., Rudoy K.A., Nabatov B.V., Evtushenko E.A., Stroganov V.L. and Pikul O.Yu. The influence of Optical Activity on the Intensity and Polarization Parameters of Transmitted Light in Crystals//Crystallography Reports. 2003.V. 48. N5. P.823-831.
3. Bajor A., Salbut L., Szwedowski A. Imaging conoscope for investigation of optical inhomogeneity in large boules of uniaxial crystals// Review of scientific instruments. 1998. V.69. №3. P.1476-1487.
4. Константинова А.Ф., Решетников Б.Н., Бокуть Б.В., Валяшко Е.Г. Оптические свойства кристаллов// Минск: «Навука і тэхніка».1995. С.98-105.
5. Rudoy K.A., Nabatov B.V., Stroganov V., Konstantinova A.F., Alekseeva L.V., Evtushenko E.A., Kidyarov B.I. Conoscopic Figures of Optically Active Uniaxial Crystals // Crystallography Reports. 2003. V.48. №2. P.300-304.
6. Mc. Carnthy K.A. et al. Optical rotatory power in crystals of the mercurious halids and tellurium dioxide // Optics Communications. 1987. 3. P.157-159.
7. Воронцова Е.Ю., Гречишкин Р.М., Каплунов И.А., Колесников А.И., Молчанов В.Я., Талызин И.В., Третьяков С.А. Проявление гиротропии при рассеивании света в кристаллах парателлурита // Оптика и спектроскопия. 2008 Т.104. №6. С.976-979.
8. Mamedov N., Yamamoto N., Shim Yo., Ninomiya Y., Takirava T. Extended Application of Light Figures to Optically Active Materials with Transversally Isotropic Dielectric Function // Journal of Applied physics. 2003. V.42. P.5145-5152.

9. Miteva A.I., Labov I.I., Wen T., Raptis Y.S., Anastasakis E. Interference patterns under oblique incidence in birefringent optically active plane-parallel plates // J. Phys. D:Appl.Phys. 1996. V. 29. P. 2705-2713.
10. Saito K., Sugavara S., Guo I.Q. and Tsai A.P. Determination of Quasi-Crystallographic Orientations of Al-Pd-Mn Icosahedral Phase by Means of Light Figure Method // Jpn.J. Appl. Phys.2000. V.39. P.5173.
11. Punin O.Yu., Stuckenberg A.G. Anomalous Crystal Optics of Heterogeneous Crystals // Crystallography Reports. 2003. V.39. P.51-73.
12. Wen T.D., Raptis Y.S., Anastassakis E., Lalov I.I., Miteva A.I. Interference patterns under normal incidence of birefringent optically active plane parallel plates// J. Appl. Phys. Appl.Phys. 1995. V.28 P.2128-2134.
13. Sirat G.Y., Psaltis D. Conoscopic Holography//Opt.Lett.1985.v.10.p.4-6
14. Mugnier L.M. Conoscopic holography: toward three-dimensional reconstructions of opaque objects // Appl. Opt. 1995. V.34. P.1363-1371.
15. Современная кристаллография. Т.4. Физические свойства кристаллов // М.: Наука. 1981. С.350-357.
16. Стойбер Р., Морзе С. Определение кристаллов под микроскопом. М.: Мир. 1974. С.124-134.
17. Москалев В.А., Нагибина И.М., Полушкина Н.А., Рубин В.Л. Прикладная физическая оптика // С. Петербург.1995. С.124-134.
18. Сиротин Ю.И., Шаскольская М.П. Основы кристаллофизики. М.: Наука. 1975. С.257-259.
19. Kolesnikov A.I., Grechishkin R.M., Tretiakov S.A., Molchanov V.Ya., Ivanova A.I., Kaplunova E.I., Vorontsova E.Yu. Laser conoscopy of large-sized optical crystals// IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering. 2013. V.49. 012037.
20. Born Max, Wolf Emil. Principles of optics. New York: Pergamon press. 1985. P.640-648.
21. Ландсберг Г.С. Оптика 2003.М.:ФИЗМАТЛИТ. 848 С.

22. Блистанов А.А. Кристаллы квантовой и нелинейной оптики. М.: МИСИС. 2000. 432 с.
23. Белянкин Д.С. Кристаллооптика. Л. 1931.
24. Cozozzella N., Lebeau M., Majni G., Paone N., Rinaldi D. Quality inspection of anisotropic scintillating lead tungstate (PbWO_4) crystals through measurement of interferometric fringe pattern parameters // Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A469 (2001). 331-339.
25. Brett L., Van Horn., Winter Henning H. Analysis of the conoscopic measurement for uniaxial liquid-crystal tilt angles // Applied Optics. 2001. V.40. N13. P.2089-2094.
26. Mytsyk B.G., Kost Ya.P., Demyanyshyn N.M., Gaba V.M., Sakharuk O.M. Study of piezo-optic effect of calcium tungstate crystals by the conoscopic method // Optical Materials. 2015. V.39 P.69-73.
27. Kokh A.E., Shevchenko V.S., Vlezko V.A., Kokh K.A. Growth of TeO_2 Single crystals by the low temperature gradient Czochralski method with nonuniform heating // Journal of Crystal Growth. 2013. V.384. P.1-4.
28. Международный стандарт – ИСО 16150 – 1: 2002 «Оптика и оптические приборы – нормирование характеристик оптических материалов, используемых в инфракрасной спектральной области 0,78–100 мкм. Часть 2: Оптические характеристики.
29. Амелинкс С. Методы прямого наблюдения дислокаций. М.: «Мир», 1968. 440 С.
30. Звелто О. Принципы лазеров. С.-Пб.: Лань.2008. 720 С.
31. Kolesnikov A.I., Kaplunov I.A., Grechishkin R.M., Tretyakov S.A., Ivanova A.I., Talyzin I.V., Makyshkin Yu.A., Vorontsova E.Yu. Isochrome shapes in the conoscopic patterns of uniaxial crystals // Ferroelectrics. 2012. V.441. P.75-83.
32. Воронцова Е.Ю., Колесников А.И., Мамкина Н.О., Молчанов В.Я., Талызин И.В., Третьяков С.А. Чигиринский С.А., Шелопаев А.В. Анализ распределения интенсивности в коноскопических картинах одноосных и

- двуосных кристаллов // Вестник ТвГУ. Серия «Физика». 2004. №4(6). С.106-113.
33. Колесников А.И., Каплунов И.А., Талызин И.В., Гречишкин Р.М., Ильяшенко С.Е. Исследование формы изохром в коноскопических картинах одноосных кристаллов // Успехи прикладной физики 2013. Т.1. №4. С.410-414.
 34. Mamedov N., Yamamoto N., Shim Y., Ninomiya Y., Takizawa T. Extended application of light figures to optically active materials with transversally isotropic dielectric function // Jpn. J. Appl. Phys. 2003 V.42. P.5045-5152.
 35. Кизель В.А. Отражение света. М.: Наука.1973.352 С.
 36. Федоров. Ф.И. Оптика анизотропных сред. Минск: Изд-во АН БССР. 1958. 380 С.
 37. Федоров В.И., Филиппов В.В. Оптика анизотропных сред. Минск: Наука и техника. 1976. 222 С.
 38. Строганов В.И., Самарин В.И. Полное внутреннее отражение необыкновенных лучей // Кристаллография. 1995.Т.20. №3.С.652-653.
 39. Алексеева Л.И., Повх И.В., Строганов В.И. Особенности полного внутреннего отражения в оптических кристаллах // Письма в ЖТФ. 1999. Т.25. №1. С.46-51.
 40. Никогосян Д.Н., Гурзаян Г.Г. Кристаллы для нелинейной оптики // Квантовая электроника.1987. Т.14. №8. С.1529-1541.
 41. Кампанейцев В.П Теория изогир // Известия АН Республики Казахстан. Серия геологическая 1992. №4. С.18-27.
 42. Шубников А.В. Оптическая кристаллография. М.;Л., 1950. 275 С.
 43. Bethke C.M. and Birnnie R.W. Computer synthesis of optical interference figures // Am. Mineral.1980.V.65. P.1294-1301.
 44. Kamb W.B. Isogyres in interference figures // Am. Mineral. 1958. V.43. P.1029-1067.
 45. Федоров. Ф.И. Оптика анизотропных сред. Минск: Изд-во АН БССР. 1958. 380 С.

46. Кизель В.А. Отражение света. М.: Наука. 1973. 352 С.
47. Mao-Ding Ch. A detail diagram for the phenomena of convergent polarized light passing through a uniaxial crystal // J. Optic (Paris). 1995. V.26. №2. P.4110-4113.
48. Tretiakov S.A., Grechichkin R.M., Kolesnikov A.I., Morozova K.A., Yushkov K.B., Molchanov V.Ya., Linde B.B.J. Characterization of Temperature Field Distribution in Large-Size Paratellurite Crystals Applied in Acousto-optic Devices // Acta Physica Polonica. A. 2015.V.127. №1. P.72-74.
49. Shim Yo., Mamedov N., Yamamoto N. Numerical and experimental approbation of extended application of light figures // Journal of Applied physics. 2002. V.91. №7. P.4110-4113.
50. Rinaldi D., Pietroni R., Davi F. Isochromate fringes simulation by Cassini-like curves for photoelastic analysis of birefringent crystals // Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A 603. 2009. P.294-300.
51. Штукенберг А.Г. Оптические аномалии в кристаллах неорганических твердых растворов// Автореферат диссертации на соиск. Уч. ст. к. геол.-мин. Наук. СПб: СПбГУ. 1997. 16 С.
52. Normie L. Conoscopy measures with high resolution// Photon. Spectra 1997. V.31. P.31-32.
53. Demyanyshyn N.M., Mytsyk B.G., Sakharuk O.M. Elastooptic effect anisotropy in strontium borate crystals // Appl.Opt. 2014. V.53. P.1620-1628.
54. Solskij I.M., Sugak D.Yu., Gaba V.M. The obtaining of optical homogenous and large size lithium niobate single crystals // Tekhn. Konstr. Electr. Appar. 2005. V.5. P.55-61.
55. Mytsyk B. Demyanyshuh N., Kost'Ya. Analytical relations describing piezoqitic effect in tetragonal crystals // Ukr. J. Phys. Opt. 2013. V.14. P.101-118.

56. Pekka H., Ayras A.T., Friberg T., Matti A., Kaivola M., Salomaa M. Conoscopic interferometry of surface acoustic-wave substrate crystals // Applied Optics. 1999. V.38. N25. P.5399-5407.
57. Кох А.Э. Выращивание кристаллов парателлурита автоматизированным методом Чохральского // Автореф. дисс. на соиск. уч. степ.к. тех.н. Л.:ГОИ. 1985. С.15-16.
58. Колесников А.И., Залетов А.Б., Каплунова Е.И. Анализ причин рассеяния излучения в кристаллах парателлурита // Перспективы науки. Тамбов: Тамбовпринт. 2011. №4 (19). С.94-97.
59. Molchanov V.Ya., Chizhikov S.I., Makarov O. Yu. Interaction between femtosecond radiation and sound in a light dispersive delay lines using effect of strong elastic anisotropy // Journal of Physics: Conference Series. 2011. V.278. 012016.
60. Laskin A., Sherbakov A.S., Molchanov V.Ya, Laskin V., Makarov O.Yu. Developing the refractive light beam shapers as lossless apodization systems suppressing the side-lobes in Fourier transform optical system // Proc. SPIE 2011. V.8014-80110 OL.
61. Молчанов В.Я., Чижииков С.И., Юшков К.Б. Двухкаскадная акустическая дисперсионная линия задержки для фемтосекундных лазеров // Квантовая электроника. 2011. Т.41. №8. С.675-676.
62. Gupta N. Acousto-optics tunable filters // Optics and photonics news. USA: Optical Society of America. November 1997. P.23-27.
63. Molchanov V.Ya., Chizhikov S.I., Anikin S.P., Solodovnikov N.P., Lyuty V.M., Esipov V.F., Kolesnikov A.I., Talyzin I.V. Acousto-optical systems for the images spectra analysis // Proc, SPIE. V. 5828. Acousto-Optics and Applications. 2005. P.76-83.
64. Чижииков С.И., Ильяшенко С.Е., Третьяков С.А., Архипова М.А., Молчанов В.Я., Воронцова Е.Ю., Спиридонов А.Р., Каплунов И.А., Колесников А.И., Залетов А.Б. Измерение константы Верде кристаллов

- парателлурита для ультрафиолетового света с длиной волны 355 нм // Вестник ТвГУ. Сер. Физика. Тверь: ТвГУ. 2009. Выпуск 7. С.19-22.
65. Молчанов В.Я., Китаев Ю.И., Колесников А.И., Нарвер В.Н., Розенштейн А.З., Солодовников Н.П., Шаповаленко К.Г. Теория и практика современной акустооптики // М.: Изд. Дом МИСиС. 2015. 459 с.
66. Блистанов А.А., Бондаренко В.С., Переломова Н.В. и др. Акустические кристаллы. Справочник. М.: Наука. С.242-253.
67. Каплунов И.А., Колесников А.И., Талызин И.В., Седова Л.В., Шайович С.Л. Измерение коэффициентов ослабления света кристаллами германия и парателлурита // Оптический журнал. 2005. Т.72. №7. С.76-84.
68. Колесников А.И., Шелопаев А.В., Каплунов И.А., Талызин И.В., Воронцова Е.Ю. Ослабление света монокристаллами парателлурита // Материалы электронной техники. Материаловедение и технология. Диэлектрики. М.: МИСиС. 2009. №4. С.27-30.
69. Молчанов В.Я., Макаров О.Ю., Колесников А.И., Смирнов Ю.М. Перспективы применения монокристаллов TeO_2 в акустооптических дефлекторах УФ-диапазона // Вестник ТвГУ. Сер. Физика. Тверь: ТвГУ. 2005. Вып. 4(6). С.88-93.
70. Takizawa K., Okada M., Iezi S. Refractive indices of peretellurite and lithium iodate in the visible and ultraviolet regions // Optic communications. 1977. V.23. №2. P.279-281.
71. Колесников А.И., Гречишкин Р.М., Молчанов В.Я., Смирнов Ю.М., Сошин С.С. Удельное магнитное вращение в монокристаллах парателлурита. // Физика кристаллизации. Тверь: ТвГУ. 1999. С.69-71.
72. Кизель В.А., Бурков В.И. Гиротропия кристаллов. М.: Наука. 1980. С.304.
73. Воронцова Е.Ю., Каплунов И.А., Колесников А.И., Талызин И.В., Третьяков С.А., Чигиринский С.А. Наблюдение вращения плоскости поляризации лазерного света, рассеянного монокристаллами

парателлурита // Вестник ТвГУ. Сер. Физика. Тверь: ТвГУ. 2007. №6(34) Выпуск 3.

74. Виноградов А.В., Ломонов В.А., Першин Ю.А., Сизова Н.П. Рост и некоторые свойства монокристаллов TeO_2 большого диаметра // Кристаллография. 2002. Т.47. №6. С 1105-1109.
75. Колесников А.И., Каплунов И.А., Терентьев И.А. Дефекты различных размерностей в крупногабаритных монокристаллах парателлурита // Кристаллография. 2004. Т. 49. №2. С 229-233.
76. Kolesnikov A.I., Kaplunov I.A., Ilyashenko S.E., Molchanov V.Ya., Grechichkin R.M., Arkhipova M.A., Tretuakov S.A. Optical Parameters of Paratellurite Crystals // Crystallography Reports. 2012. V.57. №7.P.37-39.
77. Zhu Yong, Yue Shi-Hai, Wang Wei, Yin Xue-Ji, Ge Zeng-Wei. Research Progress on TeO_2 Crystal and Its Utilization in Infrared Devices // Journal of Inorganic Materials. 2015. V.30. №8. P.802-808.
78. Beke S., Suguoba K., Midorikava K., Peter Á, Nánai L. and Bonse J. Characterization of the ablation of TeO_2 crystals in air with femtosecond laser pulses// J. Phys. D: Appl. Phys. 2010. №43. P.1-6.
79. Вильке К.Т. Выращивание кристаллов. Л.: Наука. 1977. 600 с.
80. Винокуров В.А., Алексеева Н.В., Кох А.Е. Выращивание кристаллов парателлурита в направлениях [001], [100], [112] // Тезисы докладов II Всесоюзной конференции по росту кристаллов. Харьков: НИИТЭХИМ. 1982. С.35
81. Kolesnikov A.I., Grechishkin R.M., Tretuakov S.A., Gritsunova O.V., Voronova E.Yu. Taylor vortices formed in the melt during paratellurite crystal growth//Crystallography Reports. 2009. V.53. №7.
82. Курбаков А.И., Лошманов А.А., Писаревский Ю.В., Рубинова Э.Э. Сильверстова И.М., Соболева Л.В., Трунов В.А. Гамма-дифрактометрическое определение степени совершенства крупных монокристаллов формиата иттрия и парателлурита // Кристаллография. 1989. Т.34. Вып. 1. С.254-256.

83. Залетов А.Б., Шелопаев А.В., Архипова М.А., Колесников А.И., Каплунов И.А. Формы изохром в коноскопических картинах кристаллов парателлурита // Высокие технологии, исследования, промышленность. Т.1. Сб. трудов Девятой международной научно-практической конференции «Исследование, разработка и применение высоких технологий в промышленности». С.-Пб.: Изд-во Политехн. Ун-та. 2010. С.328-329.
84. Kumaraqurubaran S., Krishnamurthy D., Subramanian C. Ramasamy P. Growth of paratellurite crystals: effect of axial temperature gradient on the quality of the crystals // Crystal Growth.2000.V.211.P.276-280.
85. Uchida N. Optical Properties of Single-Cristal Paratellurite (TeO_2) // Phys. Rev. B. 1971. V.4. №10. P.3736-3745.
86. Каплунов И.А., Колесников А.И., Скоков К.П., Гречишкин Р.М., Седова Л.В., Третьяков С.А. Связь между механическими напряжениями и оптическими аномалиями в германии и парателлурите// Оптический журнал. 2005. Т.72. №7. С.85-89.
87. Tretiakov S.A., Grechichkin R.M., Kolesnikov A.I., Morozova K.A., Yushkov K.B., Molchanov V.Ya., Linde B.B.J. Characterization of Temperature Field Distribution in Large-Size Paratellurite Crystals Applied in Acousto-optic Devices // Acta Physica Polonica. A. 2015. V.127. №1. P.72-74.
88. Chu Ya, Li Ya., Ge Z., Wu G., Wang H. Growth of the high quality and large size paratellurite single crystals// Journal of Crystal Growth.2006. V.295. Pp.158-161.
89. Grabmaier J.G. Suppression of constitunional supercoiling in Czochralsky-growthparatellurite // J.Crystal Growth. 1979. V.20. P.82-88.
90. Bonner W.A. High Quality Tellurium Dioxide for Acousto-Optic and Non-Linear Applications // Electronic Materials. 1972. V.1. P.156-165.
91. Kolesnikov A.I., Kaplunov I.A., Talyzin I.V., Tretiakov S.A., Gritsunova O.V., Vorontsova E.Yu. Features of Light Attenuation in Crystals under

Violation of the Bouger Low // Crystallography Reports. 2008. V.53. №7. P.1144-1149.

92. Korablev O.I., Bertaux J.L., Kalinnikov Yu.K. et. al. Exploration of Mars in SPICAM-IR. Experiment onboard the Mars-Express Spacecraft // Cosmic Research. 2006. V.44. №4. P.278-293.
93. Молчанов В.Я., Лютый В.М., Есипов В.Д., Аникин С.П., Макаров О.Ю., Солодовников Н.П. Акустооптический спектрофотометр изображений для астрофизических наблюдений // Письма в астрономический журнал. 2002. Т.28. С.713-720.
94. Пикуль О.Ю., Сидоров Н.В. и др. лазерная коноскопия монокристаллов $\text{LiNdO}_3:\text{Mg}$ // Перспективные материалы. 2013. №13. С.72–75.